

MANUAL NUMERATIE ,

CLASELE 0 - II

Cuprins

1. Conceptul de număr și noțiuni de algebră.....	1
1.1. Conceptul de număr.....	1
Clasa 0.....	2
Sugestii metodice.....	2
Activități și materiale didactice.....	9
Bibliografie.....	14
Clasa I.....	15
Sugestii metodice.....	15
Activități și materiale didactice.....	17
Bibliografie.....	22
Clasa a II-a.....	23
Sugestii metodice.....	23
Activități și materiale didactice.....	26
Bibliografie.....	30
1.2. Numărarea.....	31
Clasa 0.....	32
Sugestii metodice.....	32
Activități și materiale didactice.....	37
Bibliografie.....	40
Clasa I.....	41
Sugestii metodice.....	41
Activități și materiale didactice.....	43
Bibliografie.....	45
Clasa a II-a.....	46
Sugestii metodice.....	46
Activități și materiale didactice.....	49
Bibliografie.....	51
1.3. Strategii de adunare.....	52
Clasa 0.....	53
Sugestii metodice.....	53
Activități și materiale didactice.....	60

Bibliografie.....	65
Clasa I.....	66
Sugestii metodice.....	66
Activități și materiale didactice.....	69
Bibliografie.....	74
Clasa a II-a.....	75
Sugestii metodice.....	75
Activități și materiale didactice.....	78
Bibliografie.....	84
1.4. Strategii de înmulțire.....	85
Sugestii metodice.....	86
Activități și materiale didactice.....	90
Bibliografie.....	95
1.5. Interpretarea fracțiilor.....	96
Sugestii metodice.....	97
Activități și materiale didactice.....	103
Bibliografie.....	105
1.6. Gândirea proporțională.....	106
Sugestii metodice și activități.....	106
Bibliografie.....	108
1.7. Tipare numerice și noțiuni de algebră.....	109
Sugestii metodice și activități.....	110
Bibliografie.....	117
1.8. Înțelegerea banilor.....	118
Sugestii metodice.....	119
Activități și materiale didactice.....	120
Bibliografie.....	122
2. Măsurători și geometrie.....	123
2.1. Înțelegerea unităților de măsură.....	123
Sugestii metodice.....	124
Activități și materiale didactice.....	132
Bibliografie.....	139
2.2. Înțelegerea proprietăților geometrice.....	140

Sugestii metodice.....	141
Activități și materiale didactice.....	149
Bibliografie.....	151
2.3. Poziționare și localizare.....	152
Sugestii metodice.....	153
Activități și materiale didactice.....	155
Bibliografie.....	161
2.4. Măsurarea timpului.....	162
Sugestii metodice.....	163
Activități și materiale didactice.....	167
Bibliografie.....	170
3. Statistică și probabilități.....	171
3.1. Înțelegerea probabilității.....	171
Sugestii metodice.....	172
Activități și materiale didactice.....	177
Bibliografie.....	178
3.2. Interpretarea și reprezentarea datelor.....	179
Sugestii metodice.....	180
Activități și materiale didactice.....	182
Bibliografie.....	188

1. Conceptul de număr și noțiuni de algebră

1.1. Conceptul de număr

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE
Recunoașterea și identificarea numerelor
<p>Identifică și denumește numerele în concentrul 0 -31 (de exemplu, când sunt afișate numerele 4, 17, 9 și 16 și întrebare „care este 16?”, indică numărul 16, sau când este afișat numărul 17 îl numește corect) .</p> <p>Să descompună 30 în două sau trei numere (să gândească o cantitate necesară pentru a ajunge la 30).</p>
Valoarea dată de poziționare
<p>Ordonează numerele de la 1 la 31 (de exemplu, identifică cel mai mare număr dintr-un grup de numere în intervalul 1-31; elevilor li se alocă un număr între 1 și 31 și li se cere să se așeze în ordine crescătoare/descrescătoare).</p> <p>Citește, scrie, modelează și descrie numerele între 11 și 19 ca zece plus încă ceva.</p> <p>(de exemplu, 16 este zece și încă 6; folosind zece cadre).</p>

7 - 8 ANI CLASA 1
Recunoașterea și identificarea numerelor
<p>Identifică, reprezintă și denumește numerele în concentrul 0 - 100 și dincolo de 100 (de exemplu, sunt afișate cifrele 70, 38, 56 și 26 și, la întrebarea „care este 38?”, identifică numărul 38).</p> <p>Observă că atât ordinul zecilor, cât și cel al unităților sunt scrise folosind cifre de la 0-9 .</p> <p>Identifică zero atât ca număr, cât și ca substituent pentru citirea și scrierea numerelor scrise cu două sau mai multe cifre, notate cu cifra 0 (de exemplu, când vrea să scrie numărul cincizeci scrie 50, nu 5, marcând prin 0 faptul că nu există unități).</p>
Valoarea dată de poziționare
<p>Folosește cunoștințele despre valoarea dată de poziționare pentru a ordona numerele în intervalul 0 și cel puțin 100 (de exemplu, localizează cifra 21 pe o linie numerică între 20 și 22).</p> <p>Reordonează un grup de numere de la cel mai mic la cel mai mare).</p> <p>Modelează, reprezintă, ordonează și redenumeste numerele din două cifre ca număr de zeci și unități (de exemplu, 68 este 6 zeci și 8 unități, 68 unități sau $60 + 8$; folosește materiale concrete, cum ar fi grupuri de zece bețișoare sau riglete cu 10 unități).</p>

8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Recunoașterea și identificarea numerelor
<p>Identifică și denumește un număr dintr-un interval de numere de până la 1000 (de exemplu, sunt afișate numerele 70, 318, 576 și 276 și când este întrebare „care este 276?”, identifică 276).</p> <p>*Opțional, formează numere în concentrul 0-1000 (de exemplu, formează un număr a cărei cifră a sutelor să fie 3).</p>
Valoarea dată de poziționare
<p>Oordonează și regroupează în mod flexibil numerele din trei cifre în funcție de valoarea dată de poziționare (de exemplu, 247 este 2 sute, 4 zeci și 7 unități sau 2 sute și 47 unități sau 24 zeci și 7 unități).</p> <p>Dovedește înțelegerea cifrei zero în reprezentarea în funcție de valoarea data de poziționare atunci când citește numere care includ zerouri interne (de exemplu, spune 807 ca opt sute șapte) .</p>

Clasa 0

Sugestii metodice

Formarea conceptului de număr și trecerea și continuitatea conceptului dobândit în grădiniță se face la clasa pregătitoare.

Noțiunea de număr și figură sunt din lumea reală. Cu cele zece degete, oamenii au învățat să numere, adică să efectueze prima operație matematică.

Noțiunea de număr reflectă relații cantitative între mărimi existente în viața reală, în viața de fiecare zi. Numerele naturale au fost elaborate în cursul unei perioade îndelungate, ele dau o reprezentare abstractă unor operații practice pe care le-a făcut omul asupra mulțimilor concrete.

Școlarul mic percepe în general mulțimea sau grupul de obiecte în mod nedeterminat și numai atunci când această mulțime este compusă din obiecte de același fel (ex.: mașini, păpuși, cuburi). Perceperea diferențială a obiectelor se reflectă în limbaj încă înainte de 3 ani, deoarece ei folosesc corect forma singularului și a pluralului substantivelor care denumesc aceste obiecte (ex.: păpușă-păpuși, mașină-mașini).

Îmbogățind experiența senzorială, copiii ajung să perceapă mulțimea ca pe un tot unitar și acordă o atenție elementelor componente.

Pregătirea copilului din punct de vedere matematic pentru școală, accentuează dezvoltarea capacității intelectuale. Însușirea cunoștințelor matematice pe bază de memorie este înlocuită printr-o activitate care permite conștientizarea operațiilor pe care le efectuează copiii în scopul descoperirii și stabilirii unor raporturi matematice. Astfel, noțiunea de mulțime se dobândește treptat, indicând modalitățile de formare a mulțimilor, adică sistemul de acțiune cu obiectele concrete, care să-l conducă pe copil la noțiunea de mulțime.

În grădiniță, copilul învață să formeze mulțimi de obiecte, descoperă proprietățile lor caracteristice, stabilește relații, efectuează operații cu ele. Făcând operații de gândire logică pe mulțimi concrete, preșcolarii dobândesc pregătirea necesară pentru înțelegerea numărului natural și a operațiilor cu numere naturale (adunarea și scăderea). Gândirea este dominată de concret. Deși își formează reprezentări, preșcolarul nu poate ajunge la concepte ce vizează clase de obiecte, el raționează numai prin analogii imediate în contextul acțiunilor practice cu obiectele. Raționamentele sale sunt corecte doar dacă între reprezentările din plan mental și planul situațional există o legătură directă.

În formarea noțiunilor de număr natural și operații cu numere naturale se parcurg în general următoarele etape:

- Sesizarea mulțimilor și a relațiilor dintre mulțimi (mulțimi de obiecte din mediul ambiant, experiența de viață a copiilor, imagini ale mulțimilor de obiecte concrete);
- Operații cu mulțimi de obiecte (cu mulțimi de obiecte reale, cu mulțimi de obiecte cu putere de simbolizare a relațiilor matematice, cu piesele jocurilor logico-matematice);
- Operații cu simboluri ale mulțimilor de obiecte (reprezentări grafice);
- Operații cu simboluri numerice.

Mulțimile apar ca fiind produsul unor operații mintale, în timp ce obiectele (elementele) din care sunt formate reprezintă obiecte fizice. De aceea, pe întreg parcursul formării conceptelor de număr natural, de operații cu numere naturale pe baza mulțimilor, trebuie să se realizeze îmbinarea între concret și logic, cu negarea dialectică, treptată, a concretului și asimilarea (interiorizarea) modelului respectiv.

Copilul percepe în general mulțimea sau grupul de obiecte în mod nedeterminat și numai când această mulțime este compusă din obiecte de același fel (de ex: iepurași, mașini, etc). Perceperea diferențiată a obiectului se face în limbaj, la vârste mici, doar sub forma folosirii pluralului (mașină - mașini).

Însușirea numărării

La început, copiii desprind dintr-o cantitate oarecare de obiecte dintr-o mulțime, un singur obiect, adică unitatea. Numărul se însușește într-un ritm rapid după ce copiii au reușit să perceapă foarte clar o mulțime cu mai multe obiecte. Ei ajung să înțeleagă cu timpul că un număr crește prin adăugarea unității. În acest fel își însușesc treptat numerația și, ceea ce este mai important, valoarea numerică, adică raportează numărul la cantitatea corespunzătoare.

O etapă specifică procesului însușirii numerației o formează apariția posibilității de stabilire a corespondenței biunivoce între elementele a două mulțimi. Exercițiile **de comparare** a mulțimilor de obiecte îi ajută pe copii să stabilească, fără a utiliza numerele, relația dintre mulțimile care pot avea mai multe elemente decât mulțimea cu care se compară, mai puține elemente sau tot atâtea elemente.

Conceptul de număr are un vizibil **caracter interdisciplinar**, cu trimiteri nu numai în interiorul, ci și în afara ariei curriculare.

Se conectează cu zona „limbii și comunicării”, atât prin activizarea unui limbaj specific, cât și prin solicitările de verbalizare a acțiunilor în exprimări corecte, complete, clare.

Cu zona „arte”, se leagă prin cunoștințe (ex.: culorile), priceperi și deprinderi ce țin de grafice (trasare de linii, încercuiri, barări), desenare și colorare.

De zona „educație fizică”, se leagă prin intermediul priceperilor și deprinderilor motrice, de care depinde realizarea unor acțiuni directe de manipulare a obiectelor.

În interiorul ariei curriculare din care face parte matematica, se conectează cu științele naturii prin cunoștințele despre plante și animale, necesare interpretării unor imagini, în vederea stabilirii unor proprietăți caracteristice.

Mai jos e o listă conținând **ce trebuie să știe** (cunoștințe) **și să facă** (priceperi și deprinderi) elevul clasei pregătitoare în vederea înțelegerii conceptului de număr natural.

Cunoștințe necesare:

- a) Culori (roșu, galben, albastru);
- b) Forme geometrice plane: cerc, triunghi, dreptunghi, pătrat;
- c) Poziții relative ale obiectelor: sus/jos, față/spate, pe/sub, stânga/dreapta, aproape/departate ș.a;
- d) Mărimea obiectelor: mare/mic, lung/scurt, înalt/scund, lat/îngust;
- e) Elemente de logică matematică (fără utilizarea terminologiei): propoziție logică și negația ei, conjuncția a două propoziții, disjuncția a două propoziții, implicația;
- f) Mulțimi (fără utilizarea terminologiei): determinare, apartenență/ neapartenență, operații cu mulțimi (reuniune, intersecție, complementara unei submulțimi);
- g) Corespondențe: compararea cantitativă a două mulțimi, ordonarea cantitativă a două sau mai multe mulțimi;
- h) Invarianța cantității.

Priceperi și deprinderi necesare:

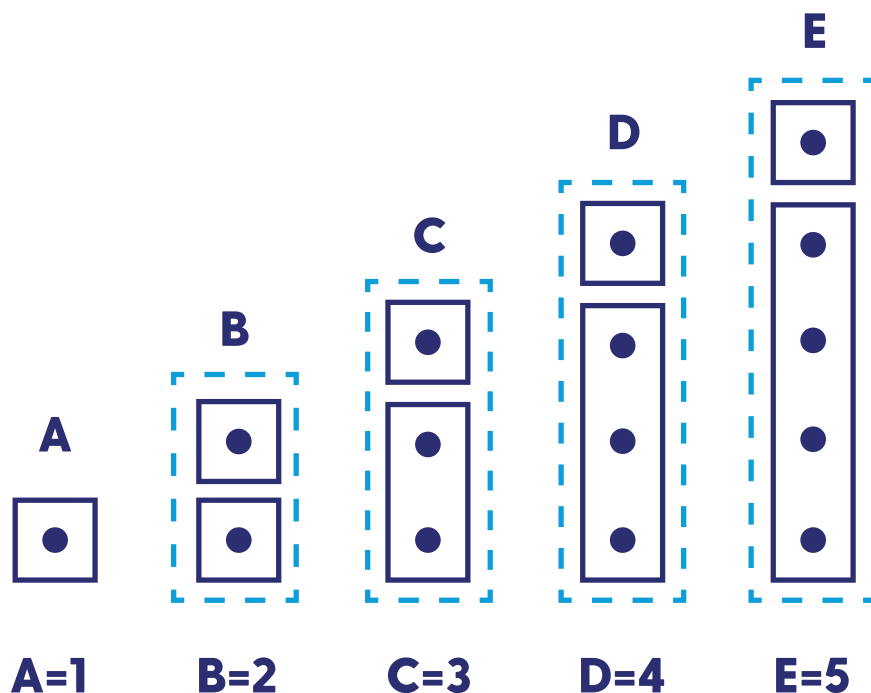
- a) Precizarea culorii unui obiect sau a unei imagini date; - colorarea unor imagini cu o culoare precizată;
- b) Recunoașterea oricăreia dintre formele geometrice precizate, pe obiecte din mediul înconjurător; - denumirea unei forme geometrice date;
- c) Recunoașterea pozițiilor relative ale unor obiecte indicate; - plasarea unor obiecte în poziții relative indicate; - găsirea unor obiecte așezate într-o poziție precizată față de un reper;
- d) Stabilirea mărimii relative a două obiecte comparate; - ordonarea crescătoare/descrescătoare după mărime a două/trei obiecte (sau imagini);

- e) Sortarea obiectelor care au o proprietate dată; - alegerea obiectelor caracterizate prin două atribute simultan; - trierea obiectelor care au cel puțin unul dintre atribute date; - utilizarea unui raționament de tipul „dacă atunci” într-o situație practică; - descoperirea regulii de formare a unei secvențe dintr-un șir de obiecte/imagini și construirea în continuare a șirului;
- f) Formarea unor mulțimi de obiecte având o proprietate caracteristică dată; - formarea unor mulțimi de obiecte pentru care proprietatea caracteristică este o conjuncție de două atribute; - recunoașterea proprietății caracteristice a unei mulțimi date; - sesizarea apartenenței/neapartenenței unui element la o mulțime dată; - construirea reuniunii a două mulțimi disjuncte de obiecte; - precizarea proprietății caracteristice a intersecției a două mulțimi, folosind conjuncția; - precizarea proprietății caracteristice a complementării unei submulțimi, folosind negația; - construirea mulțimii diferență dintre o mulțime dată și o submulțime a sa;
- g) Formarea de perechi între elementele a două mulțimi prin corespondență „unu la unu”; - stabilirea unei relații de ordine între două mulțimi, exprimată prin „tot atât”, „mai mult/puțin”; - așezarea în ordine crescătoare/descrescătoare a două sau mai multe mulțimi de obiecte sau imagini;
- h) Sesizarea faptului că o mulțime rămâne cu „tot atâtea” obiecte, indiferent de poziția spațială a acesteia; - sesizarea faptului că mărimea obiectelor din două mulțimi nu decide care dintre ele are mai multe obiecte.

Introducerea numărului natural se realizează pe baza corespondenței între mulțimi finite

Calea cea mai utilizată pentru introducerea unui număr natural oarecare n (de exemplu, 4) trece prin următoarele etape:

1. se construiește o mulțime de obiecte având atâtea elemente cât este ultimul număr cunoscut (în exemplul menționat, 3)
2. se construiește o altă mulțime, echipotentă cu prima;
3. se adaugă în cea de a doua mulțime încă un obiect;
4. se face constatarea că noua mulțime are cu un obiect mai mult decât prima mulțime;
5. se afirmă că noua mulțime, formată din $n-1$ obiecte și încă un obiect are n obiecte (deci, 3 obiecte și încă un obiect înseamnă 4 obiecte);
6. se construiesc și alte mulțimi, echipotente cu noua mulțime, formate din alte obiecte, pentru a sublinia independența de alegerea reprezentanților;
7. se prezintă cifra corespunzătoare noului număr introdus.



Obiectivul lecțiilor vizând numerația la clasa pregătitoare, pentru secvența 0 - 10:

- a) raportare cantitate – număr – cifră (se dă o mulțime de obiecte și se cere să se determine numărul acestora și să se atașeze cifra corespunzătoare);
- b) raportare cifră – număr – cantitate (se prezintă cifra și se cere să se precizeze numărul corespunzător, apoi să se construiască o mulțime având acel număr de obiecte);
- c) scrierea și citirea numerelor naturale învățate;
- d) stabilirea locului numărului învățat, în șirul numerelor naturale;
- e) compararea numărului nou învățat cu celelalte numere cunoscute;
- f) ordonarea crescătoare/ descrescătoare a unor numere naturale date;
- g) evidențierea aspectului ordinal al numărului natural;
- h) compunerea și descompunerea unor mulțimi având drept cardinal numărul nou învățat;
- i) estimarea numărului de obiecte dintr-o mulțime dată și verificarea prin numărare.

În formarea conceptului de număr natural se parcurg următoarele etape:

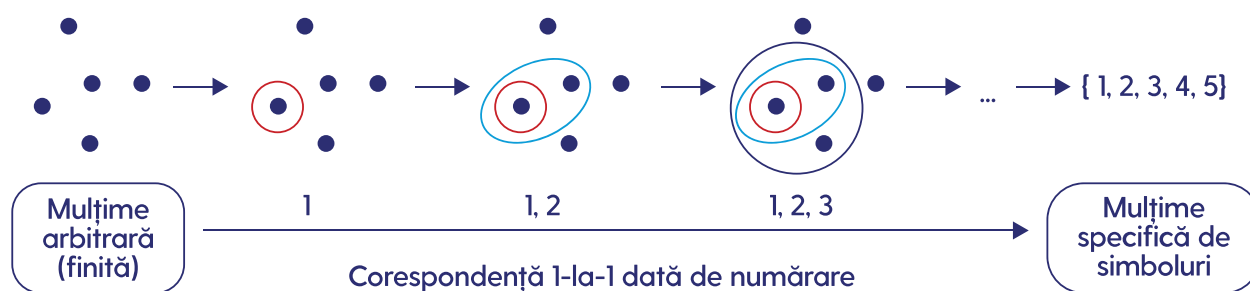
1. Acțiuni cu mulțimi de obiecte (etapa acțională);

2. Schematizarea acțiunii și reprezentarea grafică a mulțimilor (etapa iconică);
3. Traducerea simbolică a acțiunilor (etapa simbolică).

Numai după o asemenea etapă, se poate trece la familiarizarea copiilor cu numărul - cea sinteză originală și nouă - după cum o numește Jean Piaget, cu care copilul poate opera la un nivel superior de gândire. Numerația se însușește într-un ritm mai rapid după ce copiii au reușit să perceapă foarte clar elementul în raport cu mulțimea. Ei ajung să înțeleagă cu timpul că numerele cresc prin adăugarea unității.

1+1+1 ...

Prin numărare, se stabilește, de fapt, o corespondență 1-la-1 între elementele unei mulțimi de obiecte și o mulțime "standard" de simboluri (adică mulțimea 1, 2, 3, ... a numerelor naturale). Acest proces este reprezentat schematic în figura următoare. Numărul, ca proprietate cantitativă, apare printr-un proces de îndepărtare a tuturor caracteristicilor calitative ale obiectelor unei mulțimi. Conceptul de număr se consideră format dacă copilul dezvoltă asocieri de tip număr « cantitate și dacă se sintetizează șirul numerelor naturale, prin formarea abilității de poziționare a unui număr dat în acest șir.



În acest fel, își însușesc treptat **numerația** și ceea ce este mai important, valoarea numerică, adică raportarea numărului la valoarea corespunzătoare.

Specificul **dezvoltării stadiale a inteligenței** se manifestă printr-o proprietate esențială: aceea de a fi concret intuitivă. Conform concepției lui J.Piaget, la vârsta școlară mică, copilul se află în **stadiul operațiilor concrete**, ce se aplică obiectivelor cu care copilul acționează efectiv. Școlarul mic (mai ales în clasa I) gândește mai mult operând cu mulțimile de obiecte concrete.

Formarea **noțiunilor matematice** se realizează prin ridicarea treptată către *general* și *abstract*, la niveluri succesive, unde relația dintre concret și logică se modifică în direcția esențializării realității. În acest proces, trebuie valorificate diverse surse intuitive: experiența empirică a copiilor, matematizarea realității înconjurătoare, limbajul grafic.

Învățarea numerelor mai mari decât 9 aduce în discuție două elemente semnificative, ce țin de sistemul de numerație cu care operăm.

Pe de o parte, apare ideea grupării câte 10 a elementelor unei mulțimi și necesitatea înțelegerii semnificației unei zeci ca unitate de ordin superior.

Pe de altă parte, cifrele capătă semnificații diferite, depinzând de poziția lor în scrierea numărului, iar cifra 0 are o particularitate diferită de a celorlalte cifre.

Pentru a accentua faptul că numerele mai mari ca 9 au o structură diferită, este utilă apariția unei zeci ca unitate de numerație, prin identificarea acesteia cu un "mănunchi" de 10 obiecte legate sau grupate (bețișoare, creioane, flori etc.).

Se pot folosi de asemenea sugestii ce țin de **exprimarea numerelor în limba română** ("trei-spre-zece" poate fi sugerat dinamic, cu trei obiecte/ persoane ce "vin" spre alte 10 obiecte/ persoane).

O asemenea imagine dinamică poate ajuta copilul să își formeze reprezentări mentale ce ajută la formarea conceptului de număr. (De remarcat că nu toate limbile permit astfel de analogii: de exemplu, în limba franceză, 13 se pronunță "treize", iar în engleză – "thirteen"; vedem că, în aceste limbi, nu mai apare, în limbaj, sugestia de formare a numărului ca "3 + 10".)

Numerele din concentrul 20-31 au o altă particularitate.

Exersăm aici existența mai **multor zeci** (privite ca unități de ordin superior).



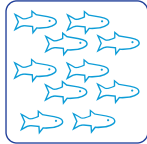

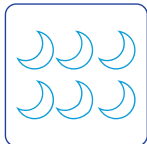

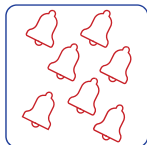

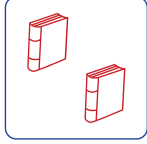

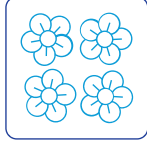

Denumirile în limba română ale acestor numere ajută la înțelegerea structurii numărului (21 = "două zeci și unu") și la scrierea acestuia în baza 10.

Din acest punct de vedere, limba română este privilegiată, comparativ cu alte limbi (în franceză, 21 se citește "vingt et un", ceea ce nu evidențiază clar cele două zeci componente).

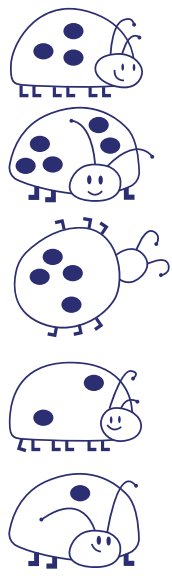








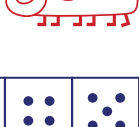


Activități și materiale didactice












- ✿ Numărarea elementelor unei mulțimi, pentru evidențierea faptului că numărul de elemente ale acesteia este dat de ultimul număr din succesiunea 1, 2,...x, unde x \geq 3;

Numără și unește ce se potrivește:

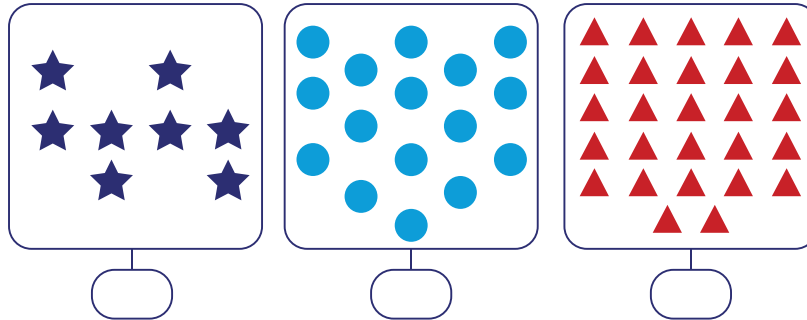
- ✿ Recunoașterea cifrelor de la 0 la 9, ca simboluri convenționale ale numerelor mai mici decât 10;

			
		0	1
			
		2	3
			
		4	5

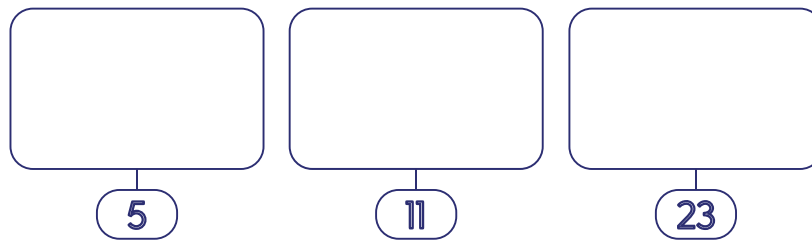
										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- 🌸 Recunoașterea cifrelor pe tastele unui calculator sau ale altor resurse digitale;
- 🌸 Reprezentarea numerelor de la 1 la 31 cu ajutorul unor obiecte (jetoane, creioane, mărgelile etc.) sau semne (cerculețe, linii etc.);
- 🌸 Citirea numerelor de la 0 la 31;
- 🌸 Scrierea numerelor de la 0 la 31;

Scrie în casetă numărul elementelor fiecărei mulțimi.



Desenează atâtea cerculețe câte îți indică fiecare număr.



- 🌸 Numărarea înainte și înapoi, în variante complete sau de la un punct al seriei, din 1 în 1, cu/fără manipularea obiectelor;
- 🌸 Explorarea mediului înconjurător pentru a identifica și număra ființe și lucruri;
- 🌸 Gruparea unor jetoane reprezentând animale, mijloace de transport etc. după numărul unor elemente specifice;
- 🌸 Colorarea unor planșe în care codul culorilor este dat de numere;
- 🌸 Joc: Zilele de naștere „Găsește colegul născut în aceeași zi cu tine”
- 🌸 Gruparea câte zece a unor obiecte;

Pornește de la o poveste

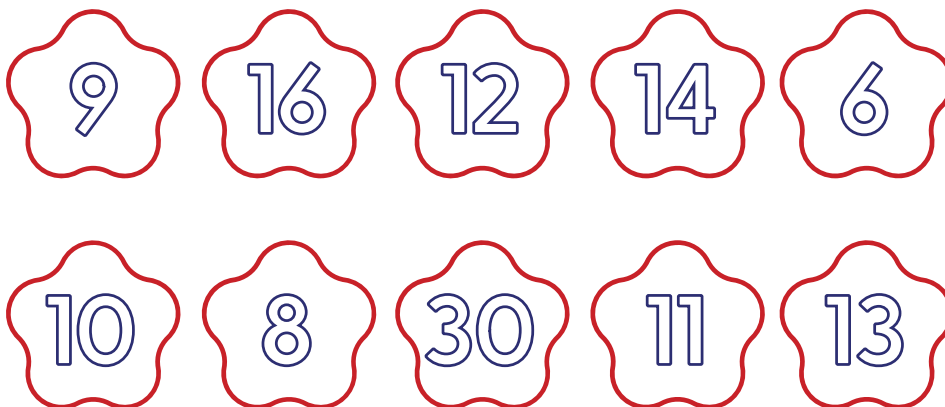
- 🌸 Inventează chiar tu o poveste care să aibă legătură cu activitățile copiilor, cu interesele lor. Poate fi o poveste scurtă cu mașini într-un garaj, mere culese în livadă, dinozauri grupați câte 10, prințese cu 10 costițe.
- 🌸 Povestea ta trebuie să se rotească în jurul ideii de grup de zece la care adaugi unități. De aceea trebuie să numeri același fel de obiecte, nu spune că ai 10 mere și adaugi o pară.
- 🌸 Discutați povestea, stabiliți cum e o zece, care sunt unitățile.
- 🌸 Desenați povestea cu personaje, cu grupările de obiecte câte 10.
- 🌸 Scrieți numerele de la 11 la 20 cu creioane colorate. Desenați-le ochi.

- ✿ Jucați-vă cu obiecte pe care să le grupați câte 10 și la care să adăugați, pe rând unități.
- ✿ După 2-3 zile de astfel de joacă (în funcție de nivelul clasei, de felul în care copiii au înțeles trecerea la abstract poate fi făcută mai devreme sau mai târziu), treceți la partea abstractă, la compuneri și descompuneri a numerelor de la 11 la 20.
- ✿ Recunoașteți numerele pe cartonașe, scrise pe tablă, scrise cu diferite fonturi.
- ✿ Faceți acum, la partea abstractă, exerciții orale: Cine e 13? Câte zeci și câte unități are?
- ✿ Aveți în minte traseul: formarea numărului, scrierea lui, comparare cu alte numere, așezare între vecini, descompunerea numărului.
 - compunere și descompunere a numerelor în zeci și unități;
 - reprezentarea prin obiecte a unor numere date;
 - numărare cu și fără sprijin pe obiecte, înainte și înapoi;
 - compararea unor numere, cu și fără sprijin pe obiecte;
 - numărare din 2 în 2, din 3 în 3, ..., înainte și înapoi, cu precizarea limitelor intervalului;
 - determinarea unui număr care îndeplinește anumite condiții.

Compararea numerelor în centrul 0-31:

<https://drive.google.com/file/d/1WielTMAtnolMc-d2XswRqZKlbQRO5l0l/view>

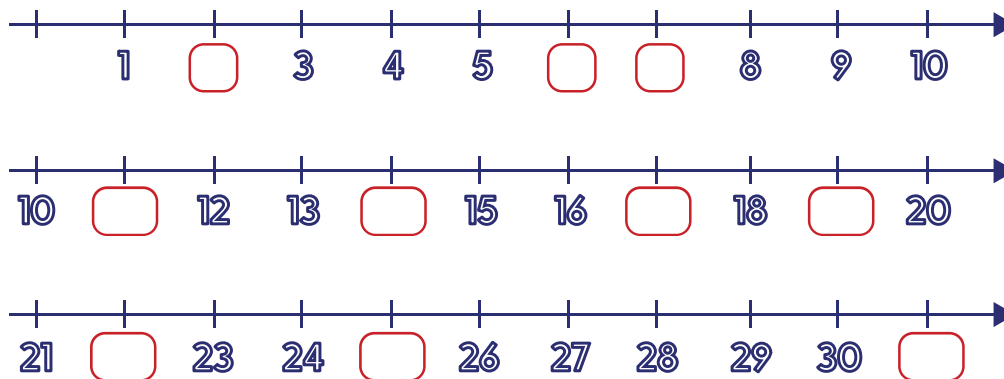
Colorează florile care au numere mai mari decât 6 și mai mici decât 14



Scrie numerele găsite la exercițiul 6 în ordine descrescătoare.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Scrie pe fiecare axă numerele care lipsesc



1. Compararea grupurilor de obiecte (bile, bețișoare, puncte etc.) prin:
 - ☆ Figurarea lor unele sub altele,
 - ☆ Încercuirea părților comune ale grupurilor,
 - ☆ Punerea în corespondență 1 la 1 a elementelor grupurilor;
 - ☆ Colorarea elementelor unei mulțimi după criteriile date (ex.: „Colorează mulțimea care are cele mai multe/cele mai puține ...”; „Construiește/ desenează o mulțime cu tot atâtea/ cu mai multe/ cu mai puține ...” etc.);
2. Identificarea „vecinilor” unui număr;
3. Selectarea unor numere după un criteriu dat (ex.: „Încercuieți cu verde numerele mai mari decât 3 și mai mici decât 15”);
4. Ordonarea unor numere date, crescător sau descrescător;
5. Completarea unor serii numerice;
6. Identificarea numerelor lipsă de pe axa numerelor, în situația în care se dau două numere;

Copiii aduc mașinuțe în scopul simulării unor situații similare celor din viața reală

Exemplu: Curse de mașini

1. Realizarea unei parcuri, organizate pe sectoare A, B, C, D etc., pentru mașinuțele participante la curse și numărarea în ordine crescătoare a mașinuțelor din sectorul ...
2. Împărțirea mașinuțelor (în număr mai mic decât 10) în cadrul perechilor de copii participante la concursuri
3. Numărarea mașinuțelor care participă la concurs
4. Stabilirea poziției mașinuțelor în parcare
5. Jocuri de deplasare a mașinilor către diverse puncte, în funcție de anumite cerințe
6. Jocuri cu mașinuțe într-un labirint












Folosiți material senzorial

- ❁ Folosiți două zile la rând tot felul de obiecte pe care să le grupați în câte 10 și la care să adăugați unități. Nu vă limitați doar la bețișoare, pentru unii copii, cei vizuali și kinestezici, e important să vadă felurite obiecte, mai mici și mai mari. Puteți folosi castane, mere adevărate, crenguțe, nasturi, bile de plastic.
- ❁ Folosiți contraste: obiecte mici și obiecte mari. Unii copii vor reține mai ușor așa. Faceți grupe de câte 10 obiecte cu nasturi, iar la alt joc cu mingi. Puneți 10 mere într-un coș și lăsați copiii să simtă cantitatea, să poarte coșul. Copiii kinestezici au nevoie de asta, să simtă cu tot corpul lor.
- ❁ Folosiți gustări mici, sănătoase: boabe de strugure, felii de măr, biscuiți în forme amuzante, stafide.
- ❁ Grupați copiii câte 10, desenați în jurul lor un cerc. Adăugați, pe rând, unitățile (2 copii, 4 copii) care să rămână în afara cercului și întrebați-i mereu ce număr au format.
- ❁ Desenați pe podea sau pe asfalt mai multe pătrate cu 10 și alte pătrate cu unități. Încurajați copiii să formeze numărul 17 sărind prima dată pe 10, apoi pe 7. Acoperiți astfel toate numerele de la 11 la 20.

Numerele de la 11 la 20 cu jocuri de mișcare

- ❁ Inventati jocuri de mișcare cu numerele de la 11 la 20.
- ❁ Vânătoarea numerelor. Scrieți pe foi de hârtie numerele, împrăștiati-le în curtea școlii. Rugați 3 copii să găsească doar numerele 17. Când le-au găsit stabiliți cu toată clasa care sunt vecinii, întrebați-i dacă știu un număr mai mare, unul mai mic.
- ❁ Numărați crescător și descrescător bătând din palme, din picioare.
- ❁ Spuneți un număr, iar copiii desenează numărul pe spatele colegului.
- ❁ Jocuri cu sarcini: Săriți de 12 ori într-un picior. Strigați de 15 ori: „Știu să număr”. Faceți 14 fandări. Mergeți 18 pași în spate.
- ❁ Scrieți numerele pe podea, pe o linie verticală, copiii să sară pe ele.
- ❁ Scrieți numerele pe foi A4, dați copiilor câte o foaie și îndemnați-i să se așeze în ordine crescătoare, să își caute vecinii, să compare două numere să găsească un număr mai mic.

Bibliografie

-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
-  Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
-  MEN, CNC, Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
-  SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
-  Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația);
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  <https://www.liveworksheets.com/vs1506284rm>
-  www.pinterest.com
-  Ghidul profesorului pentru invatamantul primar – Ileana Dumitrescu
-  <https://clasamea.eu/numerele-0-31/>
-  www.emalascoala.ro

Clasa I

Sugestii metodice

Predarea numerelor naturale în centrul 10-100

Trecerea de la centrul 0-10 la numere naturale mai mici decât 100 constituie pasul decisiv pentru înțelegerea de către elevi a structurii zecimale a sistemului nostru de numerație, ce va sta la baza extinderii continue a secvențelor numerice.

Pentru lecțiile vizând secvența 10 – 100, în lista obiectelor urmărite se adaugă:

- Înțelegerea zecii ca unitate de numerație, bază a sistemului utilizat;
- Formarea, citirea și scrierea unui număr natural mai mare decât 10;
- Relația de ordine în secvența numerică respectivă (compararea și ordonarea numerelor învățate).

Înțelegerea procesului de formare a numerelor mai mari decât 10 și mai mici sau egale cu 20 este esențială pentru extrapolarea în următoarele concentrate numerice.

Studiul centrului 10 – 20 îi ajută pe elevi să-și consolideze cunoștințele anterioare și să le transfere în contexte noi, să-și îmbogățească gândirea cu metode și procedee ce vor fi folosite frecvent în învățarea, în continuare, a numerației.

Introducerea numărului 11 se poate realiza astfel:

- ☆ Se formează o mulțime cu 10 elemente;
- ☆ Se formează o mulțime cu un element;
- ☆ Se reunesc cele două mulțimi, obținându-se o mulțime formată din zece elemente și încă un element;
- ☆ Se spune că această mulțime are unsprezece elemente și că scrierea acestui număr este „11”, adică două cifre 1, prima reprezentând zecea și cea de a doua, unitatea.

Pentru a evidenția structura unui număr mai mare decât 10 și mai mic decât 20, este util ca zecea să apară ca unitate de numerație, prin utilizarea „compactă” a acesteia (de exemplu, mănunchiul de 10 bețișoare legat).

La această „zece legată” se pot atașa unul sau mai multe elemente: unu „vine spre zece”, formând numărul unsprezece, doi „vin spre zece”, formând numărul doisprezece ș.a.m.d.

O asemenea imagine dinamică este sugestivă pentru școlarul mic, ajutându-l să-și formeze reprezentări ce vor sta la baza înțelegerii conceptului de număr natural.

Cu introducerea numărului 20, ca o zece și încă alte 10 unități, adică două zeci, se încheie secvența esențială pentru elevi, ce condiționează înțelegerea ulterioară a modului de formare, scriere și citire a oricărui număr natural.

Dacă această etapă este corect parcursă, nu vor fi întâmpinate dificultăți metodice în introducerea numerelor până la 100.

Prin cunoașterea unor astfel de numere, elevii iau contact cu sistemul zecimal, întâlnind pentru prima dată o nouă semnificație a cifrelor, dată de locul pe care-l ocupă în scrierea numerelor.

Activități și materiale didactice

Activități și resurse la formarea conceptului de număr Clasa I centrul 31-100

- ☆ Reprezentarea numerelor de două cifre cu ajutorul numărării de poziționare;
- ☆ Reprezentarea prin obiecte (bețișoare, bile etc) a numerelor din intervalul 0 -100;
- ☆ Reprezentarea zecilor prin mănunchiuri de câte 10 bețișoare;

https://www.twinkl.ro/resource/reprezentarea-numerelor-0-100-fisa-de-lucru-rol-mem-1633866143?sign_in=1

- ☆ Citirea numerelor de la 0 la 100;
- ☆ Scrierea numerelor de la 0 la 100, pe rețeaua caietului de matematică;
- ☆ Evidențierea cifrei unităților/zecilor dintr-un număr;
- ☆ Numărarea obiectelor/ființelor din mediul apropiat

Scrie numărul cu litere

.....

Reprezintă numărul prin desen

Descompune numărul în zeci și unități

.....

Scrie vecinii numărului

.....

Este momentul în care se reactualizează cele învățate în lecția anterioară:

- ☆ Scrierea numărului cu litere
- ☆ Reprezentarea numărului prin desen (zecile cu triunghiuri roșii, unitățile cu buline albastre)
- ☆ Descompunerea numărului în zeci și unități
- ☆ Vecinii numărului

Pe spatele fiecărei buline se scrie câte un număr astfel ales încât să răspundă sarcinilor din partea a doua a jocului. Sarcinile pot fi rezolvate individual, în pereche sau în echipă. După finalizarea sarcinilor, jocul se va desfășura frontal.

Greierașul a luat exemplul furnicii și și-a strâns provizii pentru iarnă. Noi trebuie să îl ajutăm să își așeze boabele pe rafturile din cămară. În prima parte a jocului lucrăm cu cerculețe ce reprezintă boabele și pe care sunt scrise câteva numere de la 0 la 100, iar pe spate sarcini de lucru pe modelul metodei cadranelor.

- ☆ Numărare din 1 în 1, din 2 în 2, din 3 în 3 etc., în ordine crescătoare și descrescătoare, cu precizarea limitelor intervalului (de la ...până la);
- ☆ Evidențierea cifrei unităților sau a zecilor dintr-un număr (ex.: Colorați cifra zecilor cu roșu; Scrieți cu verde cifra unităților);
- ☆ Generarea de numere mai mici decât 100, ale căror cifre îndeplinesc condiții date(ex.: precizarea cifrei unităților/zecilor);
- ☆ Aflarea unui număr/ unor numere respectând anumite condiții (ex. „scrie cel mai mare număr mai mic decât 80”, „scrie toate numerele naturale de două cifre identice” etc.);
- ☆ Compararea unor grupuri de obiecte prin punerea elementelor unele sub altele, încercuirea părților comune, punerea în corespondență;
- ☆ Scrierea rezultatelor obținute prin comparare, utilizând semnele;
- ☆ Compararea a două numere naturale mai mici decât 100, atunci când acestea au același număr de zeci/de unități, cu ajutorul mulțimilor de obiecte sau al numărătorii de poziționare;
- ☆ Identificarea numerelor pare și impare dintr-un șir (ex.: numerotarea clădirilor pe o stradă);
- ☆ Identificarea „vecinilor” unui număr de la 0 la 100;

NUMERELE NATURALE DE LA 0 LA 100	3. Continuă fiecare șir cu încă patru numerele:
1. Scrie numerele:	28, 30, 32,
de la 29 la 35:	75, 73, 71,
.....	25, 30, 35,
cuprinse între 56 și 65:	4. Se dau numerele:
.....	56, 73, 19, 54, 71, 42, 99, 35, 80
pare, de două cifre,	Ordonează descrescător numerele:
care au cifra zecilor 9:
.....	Scrie numerele pare:
2. Scrie vecinii numerelor date:
<input type="text"/> 49 <input type="text"/>	Rotunjește la zeci numerele impare:
<input type="text"/> 90 <input type="text"/>
<input type="text"/> 66 <input type="text"/>

- ☆ Identificarea numerelor pare/impare dintr-un șir dat; - selectarea unor numere după un criteriu dat (ex.: „Încercuți cu verde numerele mai mari decât 39 și mai mici decât 45”);
- ☆ Identificarea numărului mai mic/mai mare pe baza algoritmului de comparare a două numere mai mici decât 100

<https://wordwall.net/ro/resource/6790186/recunoa%C8%99terea-formarea-scrierea-%C8%99i-citirea-numerelor-0-100>

- ☆ Ordonarea crescătoare/descrescătoare a unor numere naturale prin compararea acestora două câte două;
- ☆ Identificarea unor numere, într-un interval dat (ex.: „Scrie trei numere mai mici decât 25”);
- ☆ Estimarea ordinului de mărime a unor grupuri de obiecte;
- ☆ Rotunjirea la zeci a unui număr dat, prin adăugarea sau eliminarea unui număr de unități;

<https://emalascoala.ro/jocuri-didactice-jocuri-de-matematica/>

- ☆ Scrierea unui șir de numere pare/impare, având date limitele intervalului;
- ☆ citirea și scrierea relației de ordine între cardinalele a două mulțimi; - poziționarea pe axă a unor numere date.

NUMERELE NATURALE DE LA 0 LA 100

1. Ghicește numărul!

- a. Sunt un număr format din zeci și unități cuprins între 20 și 31.
- b. Sunt un număr impar.
- c. Vecinul meu mai mic are cifra zecilor egală cu cifra unităților.

Cine sunt? →

2. Compară numerele:

- | | |
|---------|---------|
| 17 _ 23 | 29 _ 19 |
| 31 _ 30 | 24 _ 24 |
| 28 _ 28 | 25 _ 20 |

3. Scrie numerele:

- a. de la 19 la 24:
.....
- b. cuprinse între 25 și 31:
.....
- c. mai mari decât 23, dar mai mici decât 29:
.....

4. Scrie numerele naturale de două cifre care au:

- a. Cifra unităților 4, iar numărul zecilor mai mic decât 3:
.....
- b. Cifra unităților 0, iar numărul zecilor mai mic decât 4:
.....
- c. Cifra unităților 1, iar numărul zecilor mai mic sau egal cu 3:
.....

5. Descompune numerele în zeci și unități:

26 = _ + _	28 = _ + _
31 = _ + _	16 = _ + _
19 = _ + _	24 = _ + _

6. Completează vecinii numerelor:

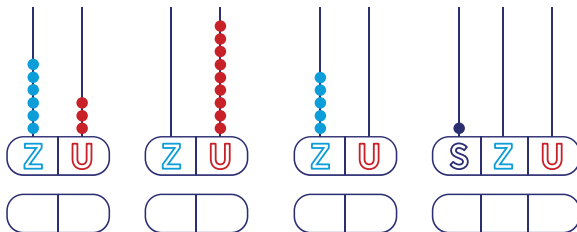
_ 20 _	_ 19 _
_ 24 _	_ 28 _
_ 29 _	_ 30 _

7. Se dau numerele:

23, 31, 19, 8, 27, 30, 22, 26

- a. încercuiește cu roșu cifra zecilor
- b. Subliniază numerele impare.
- c. Ordonează descrescător numerele
.....

1. Scrie numerele formate pe numărătoare.



2. Scrie semnul potrivit în casete.

46 <input type="text"/> 82	98 <input type="text"/> 25	62 <input type="text"/> 26
52 <input type="text"/> 52	39 <input type="text"/> 89	74 <input type="text"/> 76

3. Ordonează numerele 68, 9, 89, 98, 18, 86, 16, 90

a. Crescător

b. Descrescător

4. Colorează cu galben cercurile cu numere pare și cu portocaliu pe cele cu numere impare.



Exemplu de abordare integrată la clasa I











TEMA: VREMEA

Ce urmărim? Competența specifică

Cum procedăm? Ordinea realizării activităților nu coincide cu ordinea prezentării competențelor.

- ☆ Identificarea pe benzi desenate: numărul picăturilor de ploaie, numărul norilor, numărul fulgilor de nea, numărul lunilor/numărul soriilor etc. (Câte picături de ploaie? etc.)
- ☆ Scrierea numerelor, identificate prin numărare, pe etichete
- ☆ Evidențierea cifrei unităților și a zecilor în cazul numerelor de pe etichete
- ☆ Selectarea numerelor de pe etichete după un criteriu dat („subliniați toate numerele pare”, „încercuți cu verde numerele mai mari decât 13 și mai mici decât 21”, „tăiați cu o linie numerele”)
- ☆ Scrierea vecinilor numărului...
- ☆ Reprezentarea prin desen a zecii – înconjurarea a 10 nori, a 10 sori etc.
- ☆ Compararea a două numere naturale mai mici decât 100, atunci când acestea au același număr de zeci/de unități, cu ajutorul mulțimilor de nori, de luni, de picături de ploaie etc.
- ☆ Ordonarea numerelor naturale de două cifre, de pe etichete, prin compararea acestora două câte două, selectarea unor numere după un criteriu dat – Exemplu: În tabelul dat, s-a notat numărul de pelicani, rațe sălbatice, lebede, egrete și cormorani din deltă. Transcrieți numerele mai mari decât 695 și mai mici decât 705.
- ☆ Identificarea numărului mai mic/mai mare pe baza comparării a două numere mai mici decât 1000.
- ☆ Compunerea/descompunerea mulțimilor de sori/luni/fulgi de nea/picături de ploaie având drept cardinal un număr de elemente mai mic decât 100.
- ☆ Adăugarea/extragerea de picături din mulțimea picăturilor etc., pentru a obține mulțimi cardinal echivalente (mulțimea picăturilor de ploaie să devină ”cu tot atâtea elemente” ca și mulțimea fulgilor de nea).
- ☆ Rezolvarea de exerciții de adunare/scădere a numerelor formate din zeci întregi, de pe benzile desenate, și verificarea cu obiecte.
- ☆ Compunerea și descompunerea numerelor în centrul 0 – 100, folosind jetoane pe care sunt reprezentate picături de ploaie, fulgi de nea etc.
- ☆ Schimbarea componentelor problemelor create cu nori/picături de ploaie/fulgi de nea etc. fără ca tipul de problemă să se schimbe.

Bibliografie

-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
-  Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
-  MEN, CNC, Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
-  SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
-  Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația);
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net

Clasa a II-a

Sugestii metodice

Predarea numerelor naturale în centrul 100-1000

În predarea numerelor naturale din centrul 100-1000 se folosește analogia cu procedeele din centrul anterior învățat, conturându-se ideea că 10 unități de un anumit fel formează o unitate nouă, mai mare.

În acest centru, elevii adaugă la unitățile de numerație cunoscute (unitatea simplă, zecea) o unitate nouă – suta și află că zece sute formează o mie.

Obiective specifice - introducerea numerelor mai mari decât 100.

Formarea oricărui număr mai mare decât 100 se realizează după algoritmul cunoscut de la formarea numerelor mai mari decât 10: o sută și încă o unitate formează 101 s.a.m.d.

Singura problemă metodică nouă față de centreele anterioare este indusă de formarea, citirea și scrierea numerelor ce conțin pe 0. Este necesar ca elevii să discrimineze între 101 și 110 (de exemplu), în care cifra 0 arată absența zecilor, respectiv a unităților simple.

Formarea noțiunilor de ordin și clasă

În etapa următoare, predarea-învățarea numerelor naturale mai mari decât 100 se caracterizează prin introducerea noțiunilor de ordin și clasă. Până acum, elevii au cunoscut 3 unități de calcul: unitatea (simplă), zecea și suta.

Pentru a ordona și sistematiza secvențele numerice următoare, fiecărei unități de calcul îi va fi atașat un "ordin", ce reprezintă numărul de ordine în scrierea numărului:

- ☆ Unitățile (simple) vor fi numite unități de ordinul întâi;
- ☆ Zecile, unități de ordinul doi;
- ☆ Sutele, unități de ordinul trei.
- ☆ În acest fel, unitățile de mii vor fi unități de ordinul patru;
- ☆ Zecile de mii – unități de ordinul cinci;
- ☆ Sutele de mii – unități de ordinul șase ș.a.m.d.;

Pe măsură ce cunosc ordinele, elevii constată că **grupuri de trei ordine consecutive, începând cu primul, conțin unități care se numesc la fel: unități, unități de mii, unități de milioane ș.a.m.d.**

Dată fiind această „periodicitate”, este firesc ca un grup de trei ordine consecutive să formeze o nouă structură, numită clasă.

- ☆ Ordinele 1, 2, 3 formează clasa unităților;
- ☆ Ordinele 4, 5, 6 formează clasa miilor;
- ☆ Ordinele 7, 8, 9 formează clasa milioane ș.a.m.d.;

Se poate sugera astfel că procedeul poate fi aplicat în continuare la nesfârșit și că, implicit, există numere naturale oricât de mari. În scrierea unor astfel de numere, evidențierea claselor se realizează prin plasarea unui spațiu liber între ele.

Predarea numerelor naturale de mai multe cifre

O atenție deosebită în scrierea unui număr trebuie să fie acordată cifrei 0 (zero), care semnifică absența unităților de un anumit ordin. La citirea unui număr în scrierea căruia apar zerouri, acestea **nu se rostesc**. De altfel, edificatoare în evaluarea deprinderii elevilor de a scrie/citi corect un număr natural oricât de mare, sunt probele ce conțin numere în care lipsesc unitățile de diverse ordine.

Următoarele extensii secvențiale (numere naturale mai mari decât 100) realizate în clasele II-IV, urmăresc, în plus, obiectivul general:

- ✿ Conștientizarea caracteristicilor sistemului de numerație: zecimal (zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordinul imediat următor) și pozițional (o cifră poate reprezenta diferite valori, în funcție de poziția pe care o ocupă în scrierea unui număr).

Metodologia formării conceptului de număr natural se bazează pe faptul că elevii de vârstă școlară mică se află în stadiul operațiilor concrete, învățând îndeosebi prin intuire și manipulare directă a obiectelor.

Pentru alegerea unor strategii didactice eficiente și organizarea unor situații de învățare cu randament sporit, la clasele I-II trebuie să se aibă în vedere următoarele sugestii metodice:

1. Necesitatea ca fiecare elev să opereze direct cu un material didactic bogat, variat și atractiv;
2. Gradarea solicitărilor, cu orientare spre abstractizare (de la operare cu obiecte concrete, la folosirea jetoanelor cu imagini, a figurilor simbolice și a schemelor);
3. Antrenarea mai multor analizatori (vizual, auditiv, tactil) în învățarea și fixarea unui număr;
4. Matematizarea realității înconjurătoare, ce oferă multiple posibilități de exersare a numărării;
5. Realizarea frecventă de corelații interdisciplinare (ex.: solicitarea de a găsi, într-un text dat, toate cuvintele ce au un anumit număr de litere sau de câte ori apare o literă dată);
6. Utilizarea frecventă a jocului didactic matematic sau introducerea unor elemente de joc;

FORMAREA CONCEPTULUI DE NUMĂR NATURAL ÎN CONCENTRUL 0-1000

Ideea de grupare a zece unități de un anumit ordin, pentru a obține o unitate de ordin imediat superior (adică baza logică a sistemului de numerație cu care operăm) constituie fundamentul înțelegerii de către elev a modului de extindere a concentrilor numerice.

Pentru aceasta, materialul didactic folosit la clasă trebuie diversificat, pentru a determina la elev reprezentări mentale variate ale conceptelor. Astfel, pot fi folosite: riglete; numărătoarea cu bile; bețișoare; jetoane etc.

În etapa conceptualizării numerelor de trei cifre (din centrul 0- 1000), apar dificultăți noi în predare-învățare:

- ☼ Introducerea noțiunii de ordin (al zecilor, al sutelor);
- ☼ Formarea, citirea și scrierea numerelor ce conțin pe 0 (diferențierea între 230 și 203, de exemplu). Pentru introducerea numerelor dintre 100 și 1000, se poate proceda la fel ca în cazul introducerii numerelor dintre 10 și 100;

Mai precis, nu privim numărul 234 ca fiind doar succesorul lui 233, ci ca o reuniune de sute, zeci și unități. Altfel spus, este importantă descompunerea: $234 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4$.

Explicația este aceea că, în această etapă, este important ca elevii să perceapă numerele naturale ca fiind formate din sute, zeci și unități, adică să înțeleagă caracteristicile sistemului zecimal de numerație. Trebuie insistat, de asemenea, pe faptul că o cifră poate avea semnificații diferite, depinzând de locul acesteia în număr (adică pe natura pozițională a sistemului de numerație).

Pentru organizarea unor situații de învățare adecvate, este util să avem în vedere:

- ☼ Operarea cu material didactic diversificat, accesibil fiecărui elev în parte;
- ☼ Trecerea gradată de la operarea cu obiecte concrete, la folosirea imaginilor și schemelor;
- ☼ Utilizarea unor căi de acces cât mai diversificate (de tip: vizual, auditiv, kinestezic), în concordanță cu teoria inteligențelor multiple;
- ☼ Utilizarea unor pretexte practice, prin care pot fi matematizate elemente din realitatea înconjurătoare;
- ☼ Realizarea unor corelații interdisciplinare (de exemplu, numărarea literelor unor cuvinte; propunerea unor cuvinte cu număr dat de litere etc.);
- ☼ Utilizarea jocului matematic;

Activități și materiale didactice

Activități și resurse pentru predarea conceptului de număr, numărare în concentrul 0 -1000 pentru clasa a II-a

- ☆ Reprezentarea numerelor de trei cifre cu ajutorul numărării de poziționare;
- ☆ Citirea și scrierea numerelor de la 0 la 1000;
- ☆ Transcrierea cu cifre a unor numere din intervalul 0 – 1000, scrise în cuvinte;

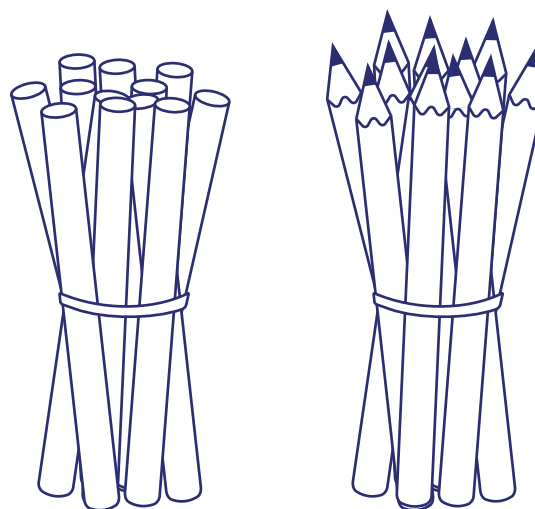
O poveste cu numere

Unde în jur, în viața noastră, întâlnim numerele până la 1000? Ca să ajung la prezența și utilitatea numerelor în activitățile noastre de zi cu zi am pornit de la o poveste: Bufnița Brândușa (așa a numit-o Alex) vrea să facă brioșe. Își amintește ingredientele, dar nu și care sunt cantitățile pentru ridichi, viermișori uscați, seva de frunze. Aaa, știe că are nevoie de 1000 de fire de iarbă. Aici o putem ajuta noi. Ne-am prefăcut că numărăm 1000 de fire de iarbă. Copiii aveau buchetele de 10 și 100 de bețișoare și a fost ușor de numărat.

Am pornit de la a număra din 10 în 10 pna la 100. Apoi am adaugat, pe rand, un betisor, 3, 4, 10 betisoare si am stabilit impreuna ce numere se formeaza. Am numarat din 100 in 100 pana la 1000. Am exersat si numere până la 1000: le-am arătat 400 de bețișoare la care am adăugat încă 20 și încă 7, iar ei au spus numărul care se formează.

La sfârșitul orei am completat cu exemplele copiilor cantitățile necesare pentru brioșele bufniței.


S	Z	U
1	3	7
9	2	5
8	1	0
7	0	3
4	4	4



- ☆ Jocuri de asociere a numerelor mai mici decât 1000 cu reprezentarea lor prin desen;
- ☆ Identificarea ordinelor și claselor;
- ☆ Evidențierea cifrei unităților/zecilor/sutelor dintr-un număr;

Ordinul cavalierilor

Ca să înțelegă elevii mei cum e cu ordinele și clasele, m-am gândit la o asociere. I-am întrebat prima dată unde au mai auzit ei cuvântul ordine. Au auzit la poliție sau în armată, îi roagă mama să facă ordine în cameră și s-au gândit la cavaleri. Pe același principiu al cavalierilor, un cavaler de ordinul zecilor e puternic precum 10 cavaleri de ordinul unităților. Ideea aceasta o am de la colega mea Rodica din Cluj. Fiecare clasă este formată din 3 ordine: unități, zeci și sute.



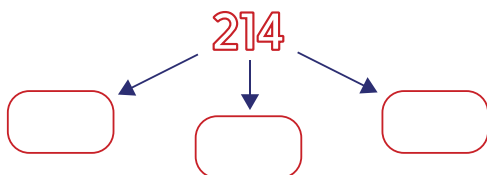
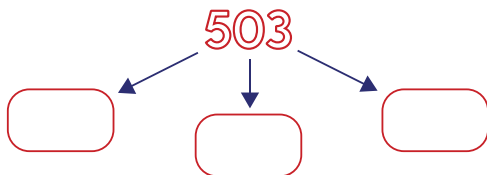
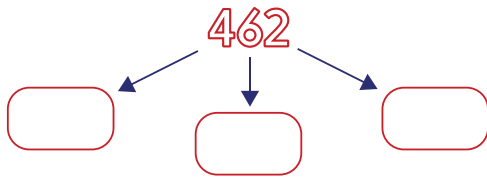
CLASA MIILOR		
Ordinul Sutelor	Ordinul Zecilor	Ordinul Unităților
6	5	4

CLASA MIILOR		
Ordinul Sutelor	Ordinul Zecilor	Ordinul Unităților
3	2	1

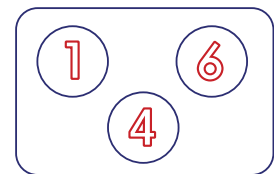
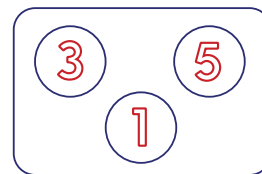
Deoarece am copii preocupați de tot felul de curiozități și pentru că într-o zi unul dintre ei m-a întrebat ce e infinitul, le-am arătat din câte cifre poate fi format un număr. Conceptul de infinit e greu, le-am spus că oricând mai putem adăuga un număr pentru a obține un număr și mai mare.

- ☆ Numărare din 1 în 1, din 2 în 2, din 3 în 3 etc., în ordine crescătoare și descrescătoare, cu precizarea limitelor intervalului (de la ...până la);
- ☆ Reprezentarea zecilor, a sutelor și a miei prin simboluri (forme geometrice, liniuțe, bile colorate, etc.);
- ☆ Generarea de numere mai mici decât 1000, ale căror cifre îndeplinesc condiții date (ex.: precizarea cifrei unităților/ zecilor/sutelor);
- ☆ Aflarea unui număr/a unor numere, respectând anumite condiții;

Descompune numerele în sute, zeci și unități!



Formați numere folosind cifrele din chenare!



○, ○, ○
○, ○, ○

○, ○, ○
○, ○, ○

- ☆ Compararea unor grupuri de obiecte prin punerea elementelor unele sub altele, încercuirea părților comune, punerea în corespondență;
- ☆ Scrierea rezultatelor obținute prin comparare, utilizând semnele , =;
- ☆ Compararea a două numere naturale mai mici decât 1000, atunci când acestea au același număr de sute/de zeci/de unități, cu ajutorul numărătorii de poziționare;
- ☆ Așezarea în ordine crescătoare/descrescătoare a unor numere date;
- ☆ Identificarea „vecinilor” unui număr de la 0 la 1000;

Numărători cu voce tare, numărători cu mișcare

Aproape în fiecare zi am numărat cu voce tare. Aici facem diverse combinații. Am pornit desigur de la a număra crescător de la 240 la 260. Țin numărătoarea așa astfel încât copiii să treacă prin schimbarea ordinilor. Le e greu de exemplu la 449, 450. Într-o zi le-am scris pe tablă șiruri de numere. Am discutat mai întâi ce regulă are fiecare șir. Apoi copiii au stat în cerc și am numărat pe fiecare șir. La fiecare am adăugat mișcări: bătăi din palme, o bătaie din palme și una pe coapse, bătaie pe umeri, dans, sărituri.

Cu o numărătoare suntem prinși și într-un proiect eTwinning. E un joc pe care l-am învățat de la partenerii turci: Boom Game. Scopul e de a număra din 2 în 2, din 5 în 5 din 10 în 10. Pentru acest joc fiecare copil a primit un număr pe care l-a decorat, iar unii au primit cuvântul Boom pe care l-au decorat. Jocul merge așa: 341, 342, 343, 344, 345, BOOM! 346, 347, 348, 349, 350, BOOM!

- ☆ Identificarea numerelor pare și impare dintr-un șir dat;
- ☆ Selectarea unor numere după un criteriu dat (ex.: „Transcrieți numerele mai mari decât 395 și mai mici decât 405”);
- ☆ Identificarea numărului mai mic/mai mare pe baza algoritmului de comparare a două numere mai mici decât 1000;
- ☆ Ordonarea crescătoare/descrescătoare a unor numere naturale de trei cifre prin compararea acestora două câte două;
- ☆ Identificarea unor numere mai mici decât 1000 în condiții precizate;
- ☆ Estimarea ordinului de mărime a unor grupuri de obiecte/reprezentări simbolice/numere;

Descoperă regula și continuă fiecare șir cu încă 5 numere:

184, 186, 188,,,,,

360, 370, 380,,,,,

653, 658, 663,,,,,












- ☆ Aproximarea unor valori numerice: sume cheltuite pentru un obiect/serviciu, vârsta unor arbori/animale;
- ☆ Rotunjirea la zeci și /sau sute a unui număr dat;
- ☆ Estimarea rezultatului unui calcul fără efectuarea calculului;
- ☆ Scrierea unui șir de numere pare/impare, având date limitele intervalului;
- ☆ Identificarea, scrierea și citirea relației de ordine între numere date;

https://drive.google.com/file/d/1ghbeeUqA3DzQxjK4OamEbgc6aq_rggEI/edit

<https://es.liveworksheets.com/jd1216146qe>

<https://es.liveworksheets.com/se1260315me>

Bibliografie

-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
-  Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
-  MEN, CNC, Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
-  SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
-  Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația);
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>

1.2. Numărarea

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE
Secvențe de numărare
Folosește cunoștințele despre succesiunea numerelor pentru a determina următorul număr sau numărul anterior unui număr din intervalul 1-10 (de exemplu, când sunt întrebați ce număr vine imediat după 8, elevii răspund imediat „nouă” fără a fi nevoie să numere de la unul).
Continuă o numărare începând de la un alt număr decât 1.
Numărare perceptuală
Interpretează numărul independent de tipul de obiecte care sunt numărate (înțelege că poate număra cu numărătoarea o serie vastă de obiecte, indiferent de caracteristicile lor, fiecare element fiind reprezent printr-o unitate. De exemplu, umără pe numărătoare atât terenuri de fotbal, cât și mingi).
Numără o colecție, ținând evidența articolelor care au fost numărate și a celor care nu au fost încă numărate pentru a se asigura că sunt numărate doar o singură dată (de exemplu, când i se cere să numere o grămadă de blocuri, mută fiecare bloc în lateral pe măsură ce îl numără).

7 - 8 ANI CLASA 1
Secvențe de numărare
Folosește cunoștințele despre secvența de numărare pentru a determina următorul număr sau numărul anterior din orice punct de plecare în intervalul 1-100.
Numărare perceptuală
Potrivește numerele cunoscute cu mulțimi de până la 20, numărând elemente folosind o corespondență unu-la-unu.
Folosește zero pentru a indica când nu sunt prezente obiecte (de exemplu, când este întrebat „câte cărți ai?” și nu mai are cărți, spune „zero”).
Numără obiectele dintr-o colecție independent de ordinea, aspectul sau aranjamentul (de exemplu, înțelege că numărarea a șapte persoane la rând de la stânga la dreapta este aceeași cu numărarea lor de la dreapta la stânga).

8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Secvențe de numărare
Continuă numărarea de la orice număr înainte și înapoi, dincolo de 100, folosind cunoștințele despre valoarea locului.
Numără în secvență de doi și cinci începând de la zero (de exemplu, numără articolele folosind și rime numerice; sar numărând din cinci în cinci „5, 10, 15, 20”).
Numără în succesiune înainte și înapoi din zece în zece până la 100.
Numărare perceptuală
Numără elementele în grupuri de câte doi, cinci și zece (de exemplu, numără o cantitate de monede de 10 bani ca 10, 20, 30 ... pentru a da valoarea totală a monedelor; numără numărul de studenți câte doi când sunt aliniați în perechi).

Clasa 0

Sugestii metodice

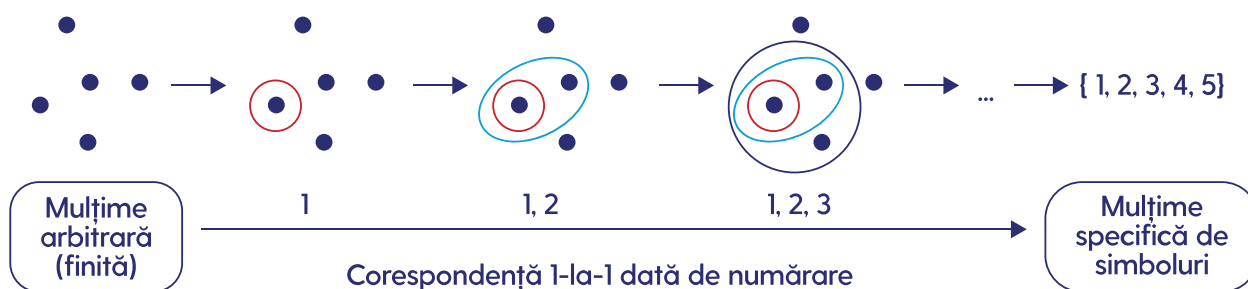
Există o întreagă literatură de specialitate referitoare la modul în care copiii interiorizează numărarea. Chiar dacă copiii încep să includă denumiri de numere în limbajul lor încă de la vârsta de 2-3 ani, ei ajung să înțeleagă ce presupune numărarea mult mai târziu.

Psihologul american Karen Winn a demonstrat că înțelegerea copiilor asupra sensului numărării se dezvoltă treptat, iar aceștia ajung să conceptualizeze numărarea pe parcursul unei perioade de 1 – 1,5 ani.

Cercetătorii Rochel Gelman și Charles Gallistel au identificat trei principii ale numărării (denumite de ei „how-to-count” principles), care pot fi enunțate astfel:

- ✿ În numărare, asociem fiecărui obiect un unic numeral;
- ✿ Numeralesle asociate obiectelor sunt folosite totdeauna în aceeași ordine;
- ✿ Numeralul folosit pentru ultimul obiect al mulțimii reprezintă numărul de obiecte ale acesteia.

Prin numărare se stabilește, de fapt, o corespondență 1-la-1 între elementele unei mulțimi de obiecte și o mulțime „standard” de simboluri (adică mulțimea 1, 2, 3, ... a numerelor naturale). Acest proces este reprezentat schematic în figura următoare.



Numărul, ca proprietate cantitativă, apare printr-un proces de îndepărtare a tuturor caracteristicilor calitative ale obiectelor unei mulțimi. Conceptul de număr se consideră format dacă copilul dezvoltă asocieri de tip număr - cantitate și dacă se sintetizează șirul numerelor naturale, prin formarea abilității de poziționare a unui număr dat în acest șir.

Numărarea și numerele (naturale) reprezintă cele mai utilizate entități matematice, pe care copilul le întâlnește foarte devreme, încă din perioada preșcolară. În matematică, numărul cardinal (ce corespunde noțiunii de număr natural) se formalizează prin corespondențe bijective între mulțimi finite. Mai precis, spunem că două mulțimi finite sunt *cardinal echivalente* (sau echipotente), dacă între elementele acestora există o corespondență 1-la-1. Relația de echipotență este o relație de echivalență: ea împarte mulțimile în clase (disjuncte) de echivalență. Numerele naturale pot fi gândite ca fiind

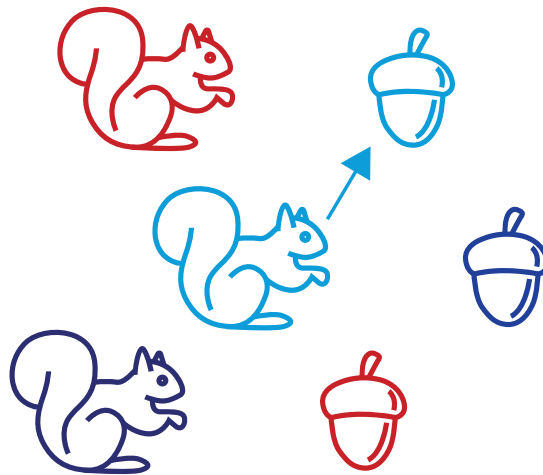
reprezentanți pentru astfel de clase de echivalență. De exemplu, numărul 4 este clasa de echivalență a tuturor mulțimilor ce au patru elemente.

Este evident că nu se poate preda astfel numărul natural elevilor de vârstă școlară mică. Formarea conceptului de număr natural se sprijină atât pe capacitatea copilului de *grupare/ discriminare* a obiectelor (după diverse criterii), cât și pe înțelegerea noțiunii de *relație*. Prin suprapunere, alăturare sau punere în perechi, copilul reușește să formeze mulțimi cu *tot atâtea elemente* sau să compare (fără suport verbal) două mulțimi de obiecte.

De fapt, în formarea conceptului de număr natural, traseul didactic presupune parcurgerea câtorva etape, și anume:

- 🌸 Acțiuni cu mulțimi de obiecte (etapa acțională)
- 🌸 Schematizarea acțiunilor și reprezentarea grafică a mulțimilor (etapa iconică)
- 🌸 Reprezentarea simbolică a acțiunilor (etapa simbolică).

Realizează corespondența



Modalitatea de predare (pe care o detaliem în continuare) preia ideea construirii numerelor naturale ca pe o clasă de mulțimi. De exemplu, pentru a preda numărul 4:

- 🌸 Se construiește o mulțime având 3 elemente (adică cât este ultimul număr conceptualizat)
- 🌸 Se construiește o altă mulțime, cardinal echivalentă cu prima și se adaugă în această a doua mulțime, un element
- 🌸 Se constată că noua mulțime are cu un obiect mai mult
- 🌸 Se afirmă că noua mulțime, formată din cele 3 obiecte inițiale și încă un obiect, are 4 obiecte
- 🌸 Se construiesc și alte mulțimi având patru obiecte, pentru a evidenția independența de alegerea reprezentanților

☼ Se prezintă cifra corespunzătoare noului număr introdus.



Numărul natural reprezintă cea mai cunoscută și utilizată entitate matematică, pe care copilul o întâlnește încă din perioada preșcolară. Cunoștințele empirice, particulare, dobândite la această vârstă, se vor lărgi treptat, generalizator, în sensul formării conceptului de număr natural, în clasele I-IV.

Introducerea numărului natural se realizează pe baza corespondenței între mulțimi finite. **Suportul științific** este dat de noțiunea de mulțimi echipotente: două mulțimi sunt echipotente dacă există o bijecție de la una, la cealaltă. Relația de echipotență împarte mulțimile în clase disjuncte, într-o clasă, aflându-se toate mulțimile echipotente între ele. O astfel de clasă poartă numele de cardinal. Orice număr natural este cardinalul unei mulțimi finite. De exemplu, numărul 3 este clasa de echipotență a tuturor mulțimilor ce au 3 elemente.

Obiectivele lecțiilor vizând numerația la clasa I, pentru secvența 0-10, sunt:

- Raportare cantitate – număr – cifră (se dă o mulțime de obiecte și se cere să se determine numărul acestora și să se atașeze cifra corespunzătoare);
- Raportare cifră – număr – cantitate (se prezintă cifra și se cere să se precizeze numărul corespunzător, apoi să se construiască o mulțime având acel număr de obiecte);
- Scrierea și citirea numerelor naturale învățate;
- Stabilirea locului numărului învățat, în șirul numerelor naturale;
- Compararea numărului nou învățat cu celelalte numere cunoscute;
- Ordonarea crescătoare/ descrescătoare a unor numere naturale date;
- Evidențierea aspectului ordinal al numărului natural;
- Compunerea și descompunerea unor mulțimi având drept cardinal numărul nou învățat;
- Estimarea numărului de obiecte dintr-o mulțime dată și verificarea prin numărare.

Însușirea conștientă de către copii a numărului natural este condiționată de:

- ☼ Înțelegerea aspectului cardinal al acestuia (ca proprietate comună a mulțimilor echipotente: același număr de elemente);
- ☼ Înțelegerea aspectului ordinal al acestuia (stabilirea locului unui element într-un șir);
- ☼ Capacitatea de a compara numere naturale, precizând care este mai mic/ mare și de a ordona crescător/ descrescător mai multe numere date;
- ☼ Cunoașterea, citirea și scrierea cifrelor corespunzătoare numerelor naturale;

Învățarea numerelor mai mari decât 9 aduce în discuție două elemente semnificative, ce țin de sistemul de numerație cu care operăm. Pe de o parte, apare ideea grupării câte 10 a elementelor unei mulțimi și necesitatea înțelegerii semnificației unei zeci ca unitate de ordin superior. Pe de altă parte, cifrele capătă semnificații diferite, depinzând de poziția lor în scrierea numărului, iar cifra 0 are o particularitate diferită de a celorlalte cifre.

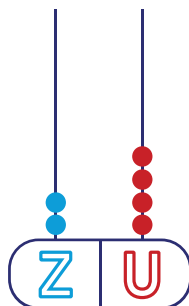
Pentru a accentua faptul că numerele mai mari ca 9 au o structură diferită, este utilă apariția unei zeci ca unitate de numerație, prin identificarea acesteia cu un "mănunchi" de 10 obiecte legate sau grupate (bețișoare, creioane, flori etc.).

Se pot folosi de asemenea sugestii ce țin de exprimarea numerelor în limba română ("treisprezece" poate fi sugerat dinamic, cu trei obiecte/ persoane ce "vin" spre alte 10 obiecte/ persoane). O asemenea imagine dinamică poate ajuta copilul să își formeze reprezentări mentale ce ajută la formarea conceptului de număr. (De remarcat că nu toate limbile permit astfel de analogii: de exemplu, în limba franceză, 13 se pronunță "treize", iar în engleză – "thirteen"; vedem că, în aceste limbi, nu mai apare, în limbaj, sugestia de formare a numărului ca "3 + 10".)

13

Numerele din concentrul 20-31 au o altă particularitate. Exersăm aici existența mai multor zeci (privite ca unități de ordin superior).

Denumirile în limba română ale acestor numere ajută la înțelegerea structurii numărului (21 = "două zeci și unu") și la scrierea acestuia în baza 10. Din acest punct de vedere, limba română este privilegiată, comparativ cu alte limbi (în franceză, 21 se citește "vingt et un", ceea ce nu evidențiază clar cele două zeci componente).



Activități și materiale didactice

Ca activități de învățare, sunt recomandate:

- ☆ Numărarea elementelor unei mulțimi, pentru evidențierea faptului că numărul de elemente ale acesteia este dat de ultimul număr din succesiunea $1, 2, \dots, x$, unde $x \geq 3$;
- ☆ Recunoașterea cifrelor de la 0 la 9, ca simboluri convenționale ale numerelor mai mici decât 10;
- ☆ Recunoașterea cifrelor pe tastele unui calculator sau ale altor resurse digitale;
- ☆ Reprezentarea numerelor de la 1 la 31 cu ajutorul unor obiecte (jetoane, creioane, mărgelile etc.) sau semne (cerculețe, linii etc.);
- ☆ Citirea numerelor de la 0 la 31;
- ☆ Scrierea numerelor de la 0 la 31;
- ☆ Numărarea înainte și înapoi, în variante complete sau de la un punct al seriei, din 1 în 1, cu/fără manipularea obiectelor;
- ☆ Explorarea mediului înconjurător pentru a identifica și număra ființe și lucruri;
- ☆ Gruparea unor jetoane reprezentând animale, mijloace de transport etc. după numărul unor elemente specifice;
- ☆ Colorarea unor planșe în care codul culorilor este dat de numere;
- ☆ Joc: Zilele de naștere „Găsește colegul născut în aceeași zi cu tine”;
- ☆ Gruparea câte zece a unor obiecte;
- ☆ Compunere și descompunere a numerelor în zeci și unități;
- ☆ Reprezentarea prin obiecte a unor numere date;
- ☆ Numărare cu și fără sprijin pe obiecte, înainte și înapoi;
- ☆ Compararea unor numere, cu și fără sprijin pe obiecte;
- ☆ Numărare din 2 în 2, din 3 în 3, ..., înainte și înapoi, cu precizarea limitelor intervalului;
- ☆ Determinarea unui număr care îndeplinește anumite condiții;

Vânătoare De Pietre, Sortați Și Numărați

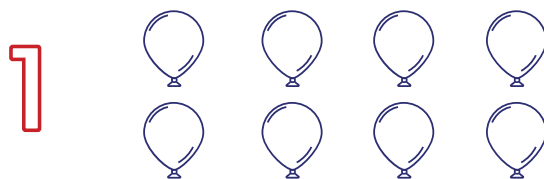
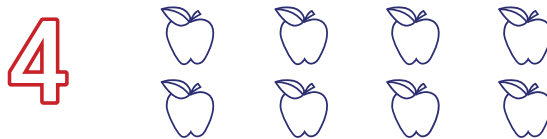
Plecăm în aer liber și mergem la o vânătoare de pietre în curtea din spate sau în parc! Când are o grămadă frumoasă de pietre, alegeți patru sau cinci categorii de dimensiuni diferite și puneți-l să sorteze pietrele în funcție de dimensiuni. Continuați să vă distrați și să învățați schimbând categoria de sortare cu ceva diferit (cum ar fi culoarea) și puneți-l să sorteze din nou grămada.

Schimbați jocul la adunare și scădere ținând în mână un număr mic de pietre, să zicem, trei, și întrebați-l pe preșcolarul dvs. câte pietre aveți în mână. După ce răspunde, ridicați încă una și întrebați-l câte pietre țineți acum. Când răspunde, spuneți-i: „Așa este, trei pietre plus o piatră este egal cu patru pietre”. Apoi treceți jocul la scădere pentru o nouă provocare.

Sortează...Orice

Sortarea lucrurilor dezvoltă abilitățile matematice timpurii și, chiar mai bine, puteți face această activitate cu orice. Aveți o mulțime de mașinuțe de jucărie pe aici? Rugați-i să le numere și apoi să le sorteze după culoare sau mărime. Blocurile sunt, de asemenea, un instrument de sortare excelent! Le poate sorta după mărime, formă și culoare. Puteți încerca chiar să includeți această activitate ca parte a rutinei de curățenie. Aveți o grămadă de obiecte care trebuie să fie puse deoparte? Rugați copiii să le adune, jucând mai întâi jocul de sortare.

Colorează tot atâtea elemente cât îți indică cifra.



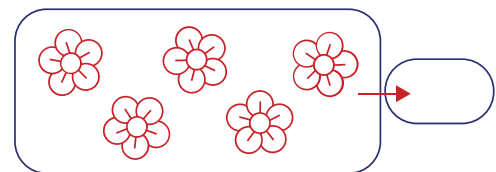
Numărul și cifra

5

Colorați doar cifra 5:



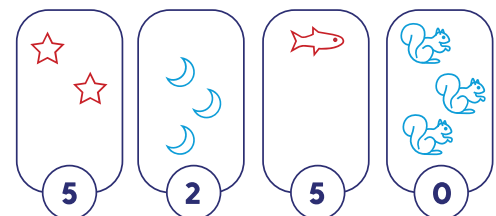
Scrieți numărul elementelor:



Scrieți cifra 5:



Taie și adaugă elemente astfel încât numărul lor să fie cel indicat:



Construiți

Meșteriți brățări cu un anumit număr de mărgele. Pot fi toate de aceeași culoare. Pot fi 10 roșii și una galbenă.

- ☼ Lipiți obiecte mici pe numerele desenate pe coli mari.
- ☼ Faceți lăntișoare din inele de hârtie, 10 inele să fie albastre și 2 galbene.
- ☼ Cu pahare de plastic, construiți turnuri cu câte 10, 14, 17 pahare. 10 pahare pot fi albe, restul pot fi roșii.

Folosiți material senzorial

• Folosiți două zile la rând tot felul de obiecte pe care să le grupați în câte 10 și la care să adăugați unități. Nu vă limitați doar la bețișoare, pentru unii copii, cei vizuali și kinestezici, e important să vadă felurite obiecte, mai mici și mai mari. Puteți folosi castane, mere adevărate, crenguțe, nasturi, bile de plastic.

• Folosiți contraste: obiecte mici și obiecte mari. Unii copii vor reține mai ușor așa. Faceți grupe de câte 10 obiecte cu nasturi, iar la alt joc cu mingi. Puneți 10 mere într-un coș și lăsați copiii să simtă cantitatea, să poarte coșul. Copiii kinestezici au nevoie de asta, să simtă cu tot corpul lor.

Folosiți gustări mici, sănătoase: boabe de strugure, felii de măr, biscuiți în forme amuzante, stafide.

• Grupați copiii câte 10, desenați în jurul lor un cerc. Adăugați, pe rând, unitățile (2 copii, 4 copii) care să rămână în afara cercului și întrebați-i mereu ce număr au format.

• Desenați pe podea sau pe asfalt mai multe pătrate cu 10 și alte pătrate cu unități. Încurajați copiii să formeze numărul 17 sărind prima data pe 10, apoi pe 7. Acoperiți astfel toate numerele de la 11 la 20.

Bibliografie

- 📖 Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
- 📖 *** Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa <https://www.manuale.edu.ro/>
- 📖 Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
- 📖 Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
- 📖 Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar. Craiova: Editura Aius.
- 📖 Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Iași: Ed. Polirom.
- 📖 Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
- 📖 Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
- 📖 Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 www.twinkl.com
- 📖 www.emalascoala.ro
- 📖 www.clasamea.eu
- 📖 www.wordwall.net
- 📖 <https://es.liveworksheets.com>
- 📖 <https://www.mathema.ro/>
- 📖 <https://www.aventurilascoala.ro>
- 📖 <https://rencanaringgit.com/>

Clasa I

Sugestii metodice

Predarea numerelor naturale în centrul 10-100

Trecerea de la centrul 0-10 la numere naturale mai mici decât 100 constituie **pasul decisiv pentru înțelegerea de către elevi a structurii zecimale a sistemului nostru de numerație**, ce va sta la baza extinderii continue a secvențelor numerice.

Pentru lecțiile vizând secvența 10 – 100, în lista obiectelor urmărite se adaugă:

- j) Înțelegerea zecii ca unitate de numerație, bază a sistemului utilizat;
- k) Formarea, citirea și scrierea unui număr natural mai mare decât 10;
- l) Relația de ordine în secvența numerică respectivă (compararea și ordonarea numerelor învățate).

Înțelegerea procesului de formare a numerelor mai mari decât 10 și mai mici sau egale cu 20 este esențială pentru extrapolarea în următoarele concentrate numerice.

Studiul centrului 10 – 20 îi ajută pe elevi să-și consolideze cunoștințele anterioare și să le transfere în contexte noi, să-și îmbogățească gândirea cu metode și procedee ce vor fi folosite frecvent în învățarea, în continuare, a numerației.

Introducerea numărului 11 se poate realiza astfel:

- ☆ Se formează o mulțime cu 10 elemente;
- ☆ Se formează o mulțime cu un element;
- ☆ Se reunesc cele două mulțimi, obținându-se o mulțime formată din zece elemente și încă un element;
- ☆ Se spune că această mulțime are unsprezece elemente și că scrierea acestui număr este „11”, adică două cifre 1, prima reprezentând zecea și cea de a doua, unitatea.

Pentru a evidenția structura unui număr mai mare decât 10 și mai mic decât 20, este util ca **zecea să apară ca unitate de numerație**, prin utilizarea „compactă” a acesteia (de exemplu, mănunchiul de 10 bețișoare legat).

La această „zece legată” se pot atașa unul sau mai multe elemente: unu „vine spre zece”, formând numărul unsprezece, doi „vin spre zece”, formând numărul doisprezece ș.a.m.d. O asemenea imagine dinamică este sugestivă pentru școlarul mic, ajutându-l să-și formeze reprezentări ce vor sta la baza înțelegerii conceptului de număr natural.

Cu introducerea numărului 20, ca o zece și încă alte 10 unități, adică două zeci, se încheie secvența esențială pentru elevi, ce condiționează înțelegerea ulterioară a modului de formare, scriere și citire a oricărui număr natural.

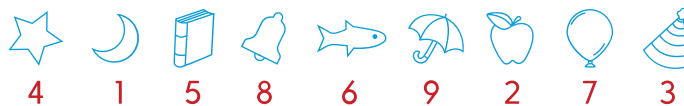
Dacă această etapă este corect parcursă, nu vor fi întâmpinate dificultăți metodice în introducerea numerelor până la 100.

Prin cunoașterea unor astfel de numere, elevii iau contact cu sistemul zecimal, întâlnind, pentru prima dată, o nouă semnificație a cifrelor, dată de locul pe care-l ocupă în scrierea numerelor.

Activități și materiale didactice

- ☆ Reprezentarea numerelor de două cifre cu ajutorul numărării de poziționare;

Sparge codul!



EXEMPLU:

În numărul , ce valoare are ? 90

În numărul , ce valoare are ? _____

În numărul , ce valoare are ? _____

În numărul , ce valoare are ? _____

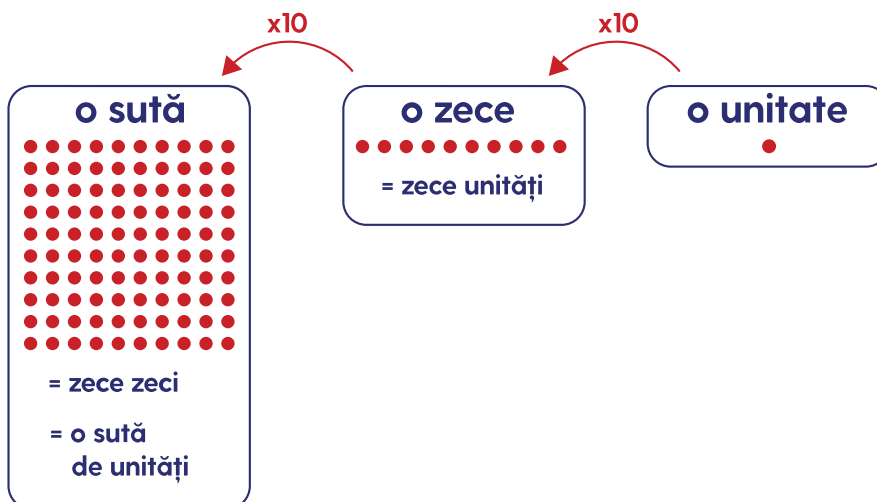
În numărul , ce valoare are ? _____

În numărul , ce valoare are ? _____

- ☆ Reprezentarea prin obiecte (bețișoare, bile etc) a numerelor din intervalul 0 -100;

<https://www.twinkl.ro/resources/ks2-numbers-and-the-number-system/ks2-place-value/four-digit-numbers-place-value-number-and-place-value-maths-key-stage-2-year-3-4-5-6>

- ☆ Reprezentarea zecilor prin mănunchiuri de câte 10 bețișoare;
- ☆ Evidențierea cifrei unităților sau a zecilor dintr-un număr (ex.: Colorați cifra zecilor cu roșu; Scrieți cu verde cifra unităților);



☆ Generarea de numere mai mici decât 100, ale căror cifre îndeplinesc condiții date (ex.: precizarea cifrei unităților/zecilor);

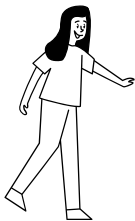
Doi copii se joacă. Maria spune că în borcan sunt aproximativ 32 de bomboane, iar Ionel spune că sunt aproximativ 36. Scrie lângă borcan numele copilului care a avut dreptate.



_____ se rotunjește la _____
 _____ se rotunjește la _____
 _____ a avut dreptate.

Andrei spune că biletul la film va costa aproximativ 40 de lei, iar Ioana spune că va costa aproximativ 50 de lei.

82



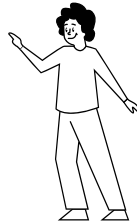
MARIA

Maria și Irina colecționează timbre. Fiecare spune că are aproximativ 80 de timbre.

Colorează fetița care are dreptate.

_____ se rotunjește la _____
 _____ se rotunjește la _____

89



IRINA

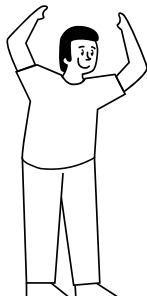
Cine a avut dreptate?



_____ se rotunjește la _____

_____ a avut dreptate.

34



Doi frați au pus globuri pe brad. Fiecare susține că a pus aproximativ 30 de globuri.





Colorează copilul care a avut dreptate.

_____ se rotunjește la _____
 _____ se rotunjește la _____

39



Bibliografie

-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OM_EN.pdf
-  www.twinkl.com
www.emalascoala.ro
www.clasamea.eu
www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>
-  <https://www.mathema.ro/>

Clasa a II-a

Sugestii metodice

Predarea numerelor naturale în centrul 100-1000

În predarea numerelor naturale din centrul 100-1000 se folosește analogia cu procedeele din centrul anterior învățat, conturându-se ideea că 10 unități de un anumit fel formează o unitate nouă, mai mare.

În acest centru, elevii adaugă la unitățile de numerație cunoscute (unitatea simplă, zecea) o unitate nouă – suta și află că zece sute formează o mie.

Formarea oricărui număr mai mare decât 100 se realizează după algoritmul cunoscut de la formarea numerelor mai mari decât 10: o sută și încă o unitate formează 101 s.a.m.d.

Singura problemă metodică nouă față de centrele anterioare este indusă de formarea, citirea și scrierea numerelor ce **conțin pe 0**. Este necesar ca elevii să discrimineze între 101 și 110 (de exemplu), în care cifra 0 arată absența zecilor, respectiv a unităților simple.

Formarea noțiunilor de ordin și clasă

În etapa următoare, predarea-învățarea numerelor naturale mai mari decât 100 se caracterizează prin introducerea noțiunilor de ordin și clasă. Până acum, elevii au cunoscut 3 unități de calcul: unitatea (simplă), zecea și suta.

Pentru a ordona și sistematiza secvențele numerice următoare, fiecărei unități de calcul îi va fi atașat un "ordin", ce reprezintă numărul de ordine în scrierea numărului:

- ☆ Unitățile (simple) vor fi numite unități de ordinul întâi;
- ☆ Zecile, unități de ordinul doi;
- ☆ Sutele, unități de ordinul trei.
- ☆ În acest fel, unitățile de mii vor fi unități de ordinul patru,
- ☆ Zecile de mii – unități de ordinul cinci,
- ☆ Sutele de mii – unități de ordinul șase ș.a.m.d.

Pe măsură ce cunosc ordinele, elevii constată că **grupuri de trei ordine consecutive**, începând cu primul, conțin unități care se numesc la fel: unități, unități de mii, unități de milioane ș.a.m.d.

Data fiind această “periodicitate”, este firesc ca un grup de trei ordine consecutive să formeze o nouă structură, numită clasă.

- ☆ Ordinele 1, 2, 3 formează clasa unităților;
- ☆ Ordinele 4, 5, 6 formează clasa miilor;
- ☆ Ordinele 7, 8, 9 – clasa milioanei ș.a.m.d.

Se poate sugera astfel că procedeul poate fi aplicat în continuare la nesfârșit și că, implicit, există numere naturale oricât de mari. În scrierea unor astfel de numere, evidențierea claselor se realizează prin plasarea unui spațiu liber între ele.

Predarea numerelor naturale de mai multe cifre

O atenție deosebită în scrierea unui număr trebuie să fie acordată cifrei 0 (zero), care semnifică absența unităților de un anumit ordin. La citirea unui număr în scrierea căruia apar zerouri, acestea nu se rostesc. De altfel, edificatoare în evaluarea deprinderii elevilor de a scrie/citi corect un număr natural oricât de mari sunt probele ce conțin numere în care lipsesc unitățile de diverse ordine.

Următoarele extensii secvențiale (numere naturale mai mari decât 100) realizate în clasele II-IV, urmăresc, în plus, obiectivul general:

conștientizarea caracteristicilor sistemului de numerație: zecimal (zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordinul imediat următor) și pozițional (o cifră poate reprezenta diferite valori, în funcție de poziția pe care o ocupă în scrierea unui număr).

Metodologia formării conceptului de număr natural se bazează pe faptul că elevii de vârstă școlară mică se află în stadiul operațiilor concrete, învățând îndeosebi prin intuire și manipulare directă a obiectelor.

Pentru alegerea unor strategii didactice eficiente și organizarea unor situații de învățare cu randament sporit, la clasele I-II trebuie să se aibă în vedere următoarele sugestii metodice:

1. Necesitatea ca fiecare elev să opereze direct cu un material didactic bogat, variat și atractiv;
2. Gradarea solicitărilor, cu orientare spre abstractizare (de la operare cu obiecte concrete, la folosirea jetoanelor cu imagini, a figurilor simbolice și a schemelor);
3. Antrenarea mai multor analizatori (vizual, auditiv, tactil) în învățarea și fixarea unui număr;
4. Matematizarea realității înconjurătoare, ce oferă multiple posibilități de exersare a numărului;
5. Realizarea frecventă de corelații interdisciplinare (ex.: solicitarea de a găsi, într-un text dat, toate cuvintele ce au un anumit număr de litere sau de câte ori apare o literă dată);
6. Utilizarea frecventă a jocului didactic matematic sau introducerea unor elemente de joc.

FORMAREA CONCEPTULUI DE NUMĂR NATURAL ÎN CONCENTRUL 0-1000

Ideea de grupare a zece unități de un anumit ordin, pentru a obține o unitate de ordin imediat superior (adică baza logică a sistemului de numerație cu care operăm) constituie fundamentul înțelegerii de către elev a modului de extindere a concentrelor numerice.

Pentru aceasta, materialul didactic folosit la clasă trebuie diversificat, pentru a determina la elev reprezentări mentale variate ale conceptelor. Astfel, pot fi folosite: riglete; numărătoarea cu bile; bețișoare; jetoane etc.

În etapa conceptualizării numerelor de trei cifre (din centrul 0- 1000), apar dificultăți noi în predare-învățare:

- ☆ Introducerea noțiunii de ordin (al zecilor, al sutelor);
- ☆ Formarea, citirea și scrierea numerelor ce conțin pe 0 (diferențierea între 230 și 203, de exemplu). Pentru introducerea numerelor dintre 100 și 1000, se poate proceda la fel ca în cazul introducerii numerelor dintre 10 și 100.

Mai precis, nu privim numărul 234 ca fiind doar succesorul lui 233, ci ca o reuniune de sute, zeci și unități. Altfel spus, este importantă descompunerea: $234 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4$.

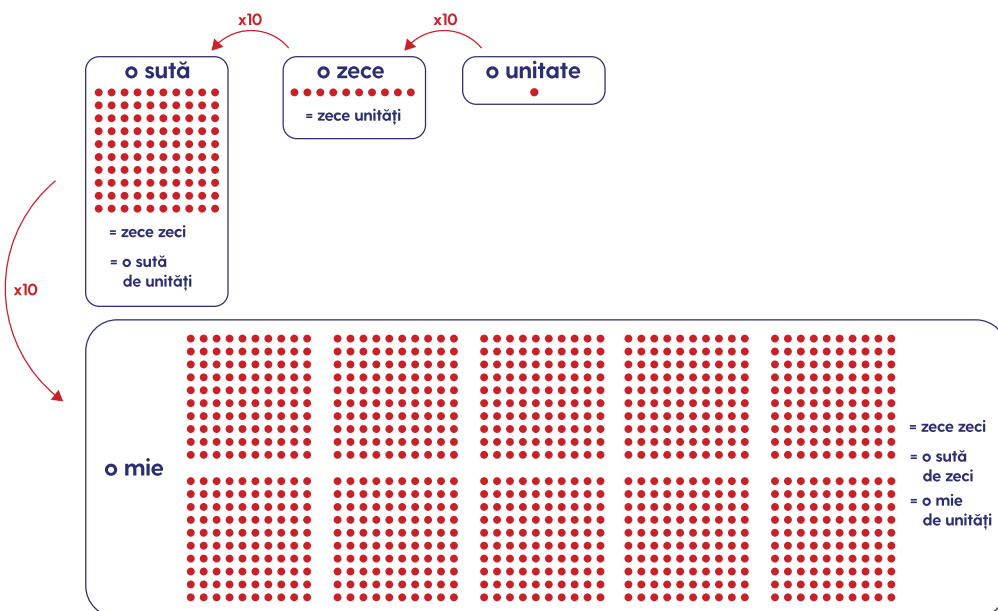
Explicația este aceea că, în această etapă, este important ca elevii să perceapă numerele naturale ca fiind formate din sute, zeci și unități, adică să înțeleagă caracteristicile sistemului zecimal de numerație. Trebuie insistat, de asemenea, pe faptul că o cifră poate avea semnificații diferite, depinzând de locul acesteia în număr (adică pe natura pozițională a sistemului de numerație).

Pentru organizarea unor situații de învățare adecvate, este util să avem în vedere:

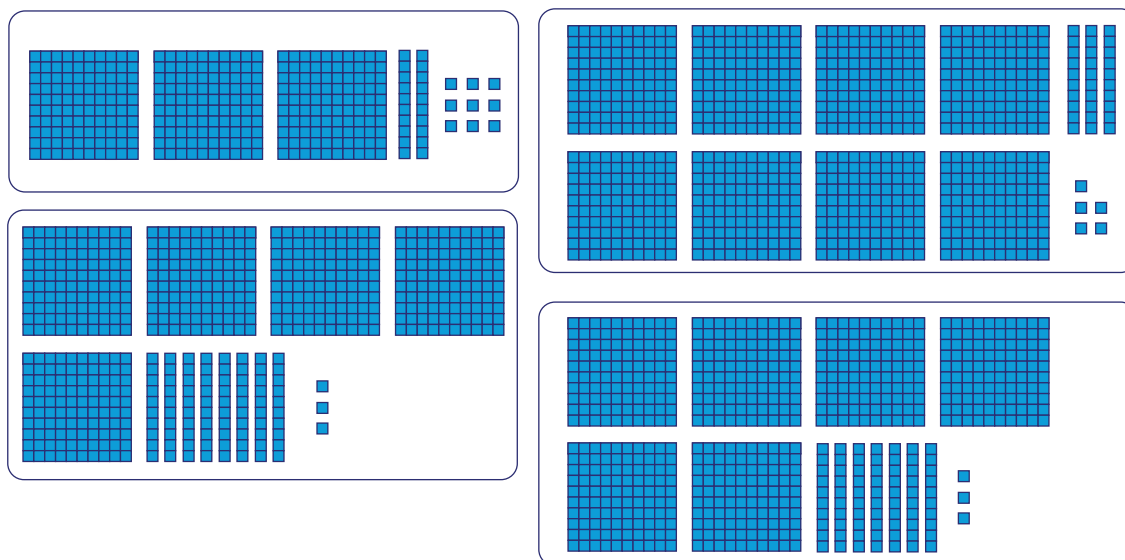
- ☆ Operarea cu material didactic diversificat, accesibil fiecărui elev în parte;
- ☆ Trecerea gradată de la operarea cu obiecte concrete, la folosirea imaginilor și schemelor;
- ☆ Utilizarea unor căi de acces cât mai diversificate (de tip: vizual, auditiv, kinestezic), în concordanță cu teoria inteligențelor multiple;
- ☆ Utilizarea unor pretexte practice, prin care pot fi matematizate elemente din realitatea înconjurătoare;
- ☆ Realizarea unor corelații interdisciplinare (de exemplu, numărarea literelor unor cuvinte; propunerea unor cuvinte cu număr dat de litere etc.)
- ☆ Utilizarea jocului matematic.

Activități și materiale didactice

☆ reprezentarea numerelor de trei cifre cu ajutorul numărării de poziționare;



- ☆ Citirea și scrierea numerelor de la 0 la 1000;
- ☆ Transcrierea cu cifre a unor numere din intervalul 0 – 1000, scrise în cuvinte;
- ☆ Jocuri de asociere a numerelor mai mici decât 1000 cu reprezentarea lor prin desen;
- ☆ Identificarea ordinelor și claselor;
- ☆ Evidențierea cifrei unităților/zecilor/sutelor dintr-un număr;



<https://www.twinkl.ro/resource/t2-m-4361-three-digit-numbers-expanded-form-matching-cards>













- ☆ Reprezentarea zecilor, a sutelor și a miei prin simboluri (forme geometrice, liniuțe, bile colorate, etc.)
- ☆ Generarea de numere mai mici sau mai mari decât 1000, ale căror cifre îndeplinesc condiții date (ex.: precizarea cifrei unităților/ zecilor/sutelor);

Eu am...	Cine are...?
8479	6 mii, 8 sute 4 zeci și 0 unități
Eu am...	Cine are...?
6840	$1000+200+90+2$

- ☆ Aflarea unui număr/a unor numere, respectând anumite condiții;

<https://www.slideserve.com/lilly/citirea-si-scrierea-numerelor-naturale-de-la-0-la-1000>

Bibliografie

-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
-  Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
-  MEN, CNC, Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
-  SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
-  Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația);
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>
-  <https://www.mathema.ro/>

1.3. Strategii de adunare

**6 - 7 ANI
CLASA PREGĂTITOARE**

**Adunare și scădere prin numărare
(crescător și descrescător) din 1 în 1**

Folosește o gamă largă de strategii de numărare pentru a rezolva probleme de adunare, cum ar fi numărarea până la și numărarea de la (de exemplu, pentru a rezolva „Am șapte mere, vreau zece. De câte mai am nevoie?” numără numărul de mere necesare pentru a crește cantitatea de la șapte la zece; folosește o strategie de numărare pentru a calcula $6 + 3$, spune „6, 7, 8, 9 este 9”; pentru a rezolva $6 + ? = 9$, spune „6 ...7, 8, 9 este 3”).

Folosește proprietatea aditivă de element neutru a lui zero, un număr nu se va schimba în valoare atunci când zero este adăugat sau luat din el (de exemplu, când este întrebat care este rezultatul adunării $5 + 0$, elevul răspunde „cinci”).

Folosește o serie de strategii de numărare pentru a rezolva probleme de scădere, cum ar fi numărătoarea inversă de la, numărătoarea inversă până la (de exemplu, pentru a rezolva „Mia a avut zece fursecuri A dat trei fursecuri, câte fursecuri mai are Miei?” ea numără înapoi de la zece, „9, 8, 7 mai am 7”; pentru a rezolva 9, ia ceva egal cu 6, răspunde 9 ... 8, 7, 6 ... este 3).

**7 - 8 ANI
CLASA 1**

**Strategii flexibile de adunare și
scădere cu descompunerea lui 10**

Descrie scăderea ca diferență între numere, mai degrabă decât ca eliminare, folosind diagrame și o serie de reprezentări (de exemplu, folosind axa numerelor pentru a modela $8 - 3$ ca diferență între 8 și 3).

Folosește o gamă de strategii pentru a adăuga sau scădea două sau mai multe numere în intervalul 1-20 (de exemplu, descompunerea lui 10; aproape duble; adăugarea și scăderea aceleiași cantități la ambele numere $7 + 8 = 15$ deoarece dublu 8 este 16 și 7 este unul mai puțin de 8; $8 + 6 = 14$ pentru că $8 + 2 = 10$ și încă 4 este 14; $15 - 8 = 7$ pentru că pot adăugați 2 la ambele pentru a da $17 - 10 = 7$).

Folosește cunoștințele privind construcția numărului părți-parte-întreg pentru a împărți un număr întreg în părți pentru a rezolva probleme de adunare (de exemplu, pentru a rezolva $6 + ? = 13$, spune „6 plus 4 fac 10 și 3 mai mult... deci este 7”).

Reprezintă situații aditive folosind propoziții numerice și diagrame parte-parte-întreg, inclusiv atunci când diferite părți sau întregul sunt necunoscute (de ex. folosește propoziția numerică $8 - 3 = 5$ pentru a reprezenta problema „Am avut 8 creioane. I-am dat 3 lui Max. Acum am 5 rămase”; potrivește propoziția numerică $4 + ? = 9$ cu problema, „Am 9 câni și doar 4 farfurii, de câte farfurii mai am nevoie?”).

**8 - 9 ANI
CLASA A 2-A**

**Strategii flexibile de adunare și
scădere cu numere de două cifre**

Alege dintr-o gamă de strategii cunoscute pentru a rezolva probleme aditive care implică numere din două cifre (de exemplu, folosește cunoștințele despre valoarea dată de poziționare, regula termen plus termen egal sumă, etc pentru a rezolva probleme precum $24 + 8 + 13$, aflarea lui 8 ca 6 și cu 2 mai mult, etc).

Cunoaște proprietățile de asociativitate și comutativitate ale adunării, dar ține că scăderea nu are aceste proprietăți.

Aplică proprietățile comutative și asociative ale adunării pentru a simplifica calculul mental (de exemplu, pentru a calcula $23 + 9 + 7$ adaugă 23 la 7 pentru a obține 30, apoi adaugă 9 pentru a da 39).

Aplică relația inversă de adunare și scădere pentru a rezolva probleme și folosește relația inversă pentru a justifica un răspuns, realizează proba adunării/scăderii, după caz (de exemplu, atunci când rezolvă $23 - 16$ alege să folosească adunarea $16 + ? = 23$).

Reprezintă o gamă largă de situații care se pot rezolva prin adunarea/scăderea a două numere de două cifre.

Clasa 0

Sugestii metodice

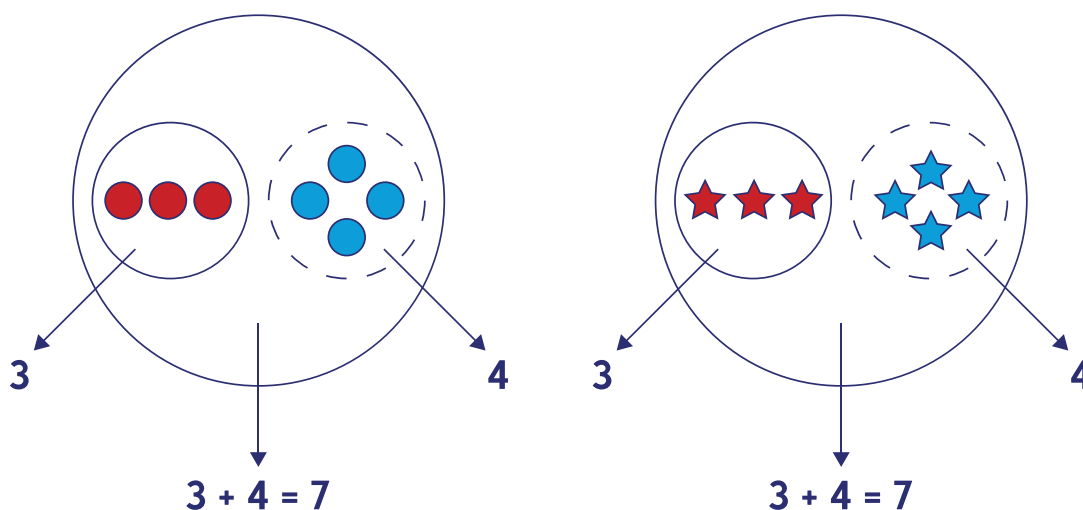
Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-10

Pentru formarea noțiunii de adunare se pornește de la operații cu mulțimi de obiecte concrete (etapa perceptivă), după care se trece la efectuarea de operații cu reprezentări ce au tendința de a se generaliza (etapa reprezentărilor), pentru ca, în final, să se poată face saltul la conceptul matematic de adunare (etapa abstractă).

Introducerea operației de adunare se face folosind reuniunea a două mulțimi disjuncte.

În faza concretă, elevii formează, de exemplu, o mulțime de baloane roșii cu 3 elemente și o mulțime de baloane albastre cu 4 elemente. Reunindu-se cele două mulțimi de baloane se formează o mulțime care are 7 baloane roșii sau albastre.

Se repetă apoi acțiunea folosind alte obiecte (ex. creioane, bețișoare, flori, degete ș.a.), până ce elevii conștientizează că reunind o mulțime formată din 3 obiecte cu o altă mulțime formată din 4 obiecte (indiferent ce sunt acestea) se obține o mulțime formată din 7 obiecte. În această fază, acțiunea elevului vizează numărul sau compunerea unui număr, date fiind două componente. Faza a doua, semiabstractă, este caracterizată de utilizarea reprezentărilor simbolice, cum ar fi:



Se introduc acum semnele grafice “+” și “=”, explicându-se ce reprezintă fiecare și precizându-se că acestea se scriu doar între numere.

În faza a treia, abstractă, dispăre suportul intuitiv, folosindu-se doar numerele. Se introduce acum terminologia specifică (termeni, sumă/total) și se evidențiază proprietățile adunării (comutativitate, asociativitate, existența elementului neutru), fără utilizarea acestor termeni și cu apelare la intuire, ori de câte ori este necesar.

OPERAȚII ÎN BAZA 10 - SCURTĂ PREZENTARE

Sistemului de numerație zecimal a făcut posibilă aplicarea unor algoritmi de calcul pentru operațiile aritmetice (adunare, scădere, înmulțire, împărțire).

Acești algoritmi se bazează pe câteva proprietăți ale operațiilor, și anume:

☆ **Comutativitate:** pentru orice două numere naturale a, b

$$\mathbf{a + b = b + a \text{ și } a \cdot b = b \cdot a}$$

☆ **Asociativitate:** pentru orice trei numere naturale a, b, c

$$\mathbf{a + (b + c) = (a + b) + c \text{ și } a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c}$$

☆ **Distributivitatea înmulțirii față de adunare:** pentru orice trei nr. naturale a, b, c

$$\mathbf{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$$

☆ **Elemente neutre:** pentru orice număr natural a

$$\mathbf{a + 0 = a \text{ și } a \cdot 1 = a}$$

278 + 46 se calculează astfel:

$$(200 + 70 + 8) + (40 + 6) =$$

asociativitatea

$$200 + (70 + 40) + (8 + 6) =$$

$$200 + (70 + 40) + (10 + 4) =$$

asociativitatea
comutativitatea

$$200 + (70 + 40 + 10) + 4 =$$

$$200 + (100 + 20) + 4 =$$

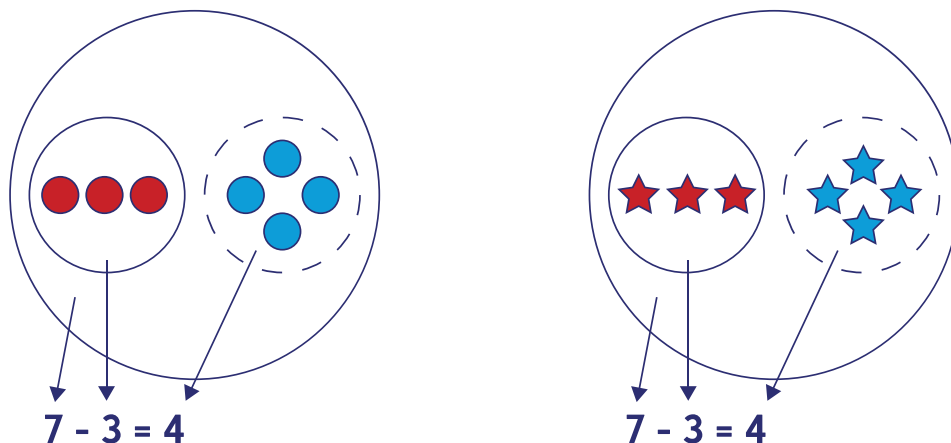
asociativitatea

$$300 + 20 + 4 = 324$$

Tot în această etapă se poate sublinia reversibilitatea operației, prin scrierea unui număr ca sumă de două numere („descompunerea” numărului), ce reflectă simetria relației de egalitate. Acest tip de solicitare antrenează elemente de creativitate pentru elevul care, în urma unui raționament probabilistic, trebuie să găsească toate soluțiile posibile, anticipând, în același timp, operația de scădere.

Scăderea se introduce folosind **operația de diferență dintre o mulțime și o submulțime a sa** (complementara unei submulțimi). În prima etapă (concretă), dintr-o mulțime de obiecte ce au o proprietate comună se izolează (se îndepărtează, se scoate) o submulțime de obiecte și se constată câte obiecte rămân în mulțime. Acțiunea mentală a elevului vizează

număratul sau descompunerea unui număr în două componente, dată fiind una dintre acestea. În a doua etapă (semiabstractă), reprezentările utilizate pot fi de tipul următor:



Se introduce acum **semnul grafic „-“**, explicându-se ce reprezintă și precizându-se că și acesta se scrie „doar între numere”.

În etapa a treia (abstractă), în care se folosesc doar numerele, se introduce **terminologia specifică (descăzut, scăzător, rest/diferență)** și se evidențiază **proprietățile scăderii numerelor naturale (operație posibilă doar dacă descăzutul este mai mare sau egal cu scăzătorul; în cazul egalității, restul este zero; când scăzătorul este zero, restul este egal cu descăzutul)**, comparându-se cu proprietățile adunării (scăderea nu este comutativă, nici asociativă) și subliniind faptul că la adunare rezultatul (suma) este mai mare decât oricare dintre numerele care se adună (termeni), iar la scădere, rezultatul (diferența) este mai mic decât descăzutul.

Pentru ilustrarea simetriei relației de egalitate în cazul scăderii și antrenarea reversibilității gândirii, este necesară abordarea solicitării de a scrie un număr ca diferență de alte două numere.

Legătura dintre adunare și scădere trebuie subliniată și prin realizarea probei fiecărei dintre cele două operații: la adunare, se scade din sumă unul din termeni și trebuie să se obțină cel de-al doilea termen, iar la scădere, se adună diferența cu scăzătorul și trebuie să se obțină descăzutul.

De asemenea, aceste relații se **evidențiază și în cazul aflării unui termen necunoscut la adunare sau la scădere**, eliminând “ghicirea”, ce apelează la memorie sau la procedeul încercare-eroare.

Înțelegerea acestor aspecte implică și formarea capacității elevilor de a realiza **discriminări terminologice (“mai mult cu...”, “mai puțin cu...”)**, ce vor sta la baza rezolvării problemelor simple. De altfel, rezolvarea unor situații-problemă (îndeosebi ilustrate cu material didactic concret sau prin imagini, dar și prezentate oral) ce conduc la una dintre cele

două operații se realizează frecvent, încă înainte de abordarea conceptului restrâns de problemă din matematică. Și prin aceste situații problemă poate fi valorificată legătura dintre cele două operații, anticipând cunoașterea faptului că din orice problemă de adunare se pot obține două probleme de scădere.

De exemplu, o imagine ce reprezintă un lac pe care plutesc 4 rațe, iar pe mal sunt alte 3 rațe, poate fi exploatată maximal (din punct de vedere matematic) prin formulări de tipul:

- ☆ Pe lac sunt 4 rațe, iar pe mal sunt 3 rațe. Câte rațe sunt în total?
- ☆ Pe lac au fost 7 rațe, iar 3 dintre ele au ieșit pe mal. Câte rațe au rămas pe lac?
- ☆ Pe lac au fost 7 rațe, iar acum sunt doar 4. Câte rațe au ieșit pe mal?

Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-20

Comentariul privind predarea – învățarea celor două operații în centrul 0 –10 rămâne valabil în esență, extrapolându-se la noul centru numeric și lărgindu-se prin abordarea unor probleme metodice specifice acestui centru.

În predarea adunării numerelor naturale până la 20, se pot distinge următoarele cazuri:

a) **Adunarea numărului 10 cu un număr de unități** (mai mic decât 10); Acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, dat fiind și faptul că se corelează cu problematica formării numerelor mai mari decât 10 (zecea și un număr de unități), abordată anterior, la numerație.

b) **Adunarea unui număr format dintr-o zece și din unități cu un număr format din unități**; În acest caz este necesar ca elevii să aibă deprinderile de a aduna corect și rapid numere mai mici decât 10 și de a descompune numărul mai mare decât 10 într-o zece și unități, precum și pricepera de a acționa numai cu unitățile celor două numere, iar la final, să revină la primul caz.

Din punct de vedere metodic este necesară o acțiune directă, demonstrativă, apoi, ori de câte ori este necesar, individuală, cu obiectele, acțiuni ce se vor reflecta în pașii algoritmului:

- ☆ Descompunerea primului număr în 10 și unități;
- ☆ Adunarea unităților celor două numere (cu sumă mai mică sau egală cu 10);
- ☆ Compunerea rezultatului din 10 și suma unităților.

De exemplu: $15 + 3 = (10 + 5) + 3 = 10 + (5 + 3) = 10 + 8 = 18$

Scrierea de mai sus (eventual, fără utilizarea parantezelor) trebuie să apară pe tablă și în caiete, dar ea poate fi înțeleasă de către elevi doar dacă se realizează în paralel cu acțiunea directă cu obiectele. De menționat că această scriere nu reprezintă un scop în sine, ce ar implica automatizarea ei (scrierea “desfășurată” a calcului), ci doar un mijloc de conștientizare a algoritmului adunării.

c) Adunarea a două numere mai mici decât 10 și a căror sumă este mai mare decât 10 („cu trecere peste 10”).

Pentru înțelegerea acestui caz, elevii trebuie să aibă capacitatea de a forma zecea, ca sumă a două numere, dintre care unul este dat (găsirea „complementului” unui număr dat în raport cu 10), priceperea de a descompune convenabil un număr mai mic decât 10 și deprinderea de a efectua adunarea zecii cu un număr de unități (cazul I).

Pașii algoritmului sunt:

- ☆ Căutarea unui număr care, adunat cu primul termen, conduce la suma 10;
- ☆ Descompunerea convenabilă a celui de-al doilea termen (una din componente fiind numărul găsit anterior);
- ☆ Adunarea zecii cu cealaltă componentă a celui de-al doilea termen.

De exemplu: $8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14$

Din punct de vedere metodic, se păstrează sugestiile prezentate în cazul anterior, cu precizarea că formarea deprinderii respective este deosebit de importantă și condiționează înțelegerea efectuării adunării în orice centru numeric, deci trebuie să i se acorde un timp suficient, în funcție de particularitățile individuale ale elevilor.

În predarea scăderii numerelor naturale mai mici decât 20, se pot distinge următoarele cazuri:

a) Descăzutul este cuprins între 10 și 20, iar scăzătorul este mai mic decât unitățile descăzutului (de exemplu $15 - 3$);

Predarea acestui caz nu ridică probleme metodice deosebite, dacă elevii observă că este suficientă scăderea unităților, zecea rămânând „neatină”. Algoritmul se reflectă în modelul:

$$15 - 3 = (10 + 5) - 3 = 10 + (5 - 3) = 10 + 2 = 12.$$

b) Descăzutul este cuprins între 10 și 20, iar scăzătorul este 10 (de exemplu, $15 - 10$);

Nici acest caz nu prezintă dificultăți metodice dacă elevii observă că este suficientă scăderea zecii, unitățile rămânând neschimbate. Algoritmul se materializează în modelul:

$$15 - 10 = (5 + 10) - 10 = 5 + (10 - 10) = 5 + 0 = 5$$

c) Atât descăzutul, cât și scăzătorul sunt cuprinse între 10 și 20 (de exemplu $15 - 13$);

Acest caz reprezintă o combinație a celor două și rezolvarea sa este reductibilă la descompunerea celor două numere (cu câte o zece și unități), scăderea unităților de același fel ($10 - 10$ și unități - unități) și adăugarea rezultatelor, ca în modelul:

$$15 - 13 = (10 + 5) - (10 + 3) = (10 - 10) + (5 - 3) = 0 + 2 = 2$$

Mai mult decât în primele două cazuri este acum necesară ilustrarea algoritmului prin utilizarea unui material didactic corespunzător (de exemplu bețișoare), scrierea formalizată de mai sus nefiind altfel accesibilă înțelegerii elevilor.

d) Descăzutul este 20, iar scăzătorul este mai mic decât 10 (de exemplu $20 - 3$);

Este primul caz în care este necesară "desfacerea" unui zeci în unități și apoi scăderea din 10 a unităților scăzătorului.

Pentru formarea priceperii corespunzătoare, este necesar ca elevii să aibă deprinderea de a efectua corect și rapid scăderea din 10 a unui număr de unități și să înțeleagă necesitatea transformării uneia din cele două zeci în unități. Algoritmul se reflectă în modelul:

$$20 - 3 = (10 + 10) - 3 = 10 + (10 - 3) = 10 + 7 = 17$$

Procedeul este însușit cu ușurință de elevi, dacă la început este demonstrat și exersat acțional, cu material didactic intuitiv.

e) Descăzutul este 20, iar scăzătorul este cuprins între 10 și 20 (de exemplu $20 - 13$);

Cazul reprezintă o lărgire a celui anterior, ce face necesară, în plus, scăderea zecilor. Algoritmul este ilustrat de modelul:

$$20 - 13 = (10 + 10) - (10 + 3) = (10 - 10) + (10 - 3) = 0 + 7 = 7$$

Și acest caz îl obligă pe învățător să organizeze situații de învățare acționale, care să conducă la înțelegerea și apoi parcurgerea fluentă a pașilor algoritmului, fără să mai solicite elevilor scrierea formalizată de mai sus.

f) Descăzutul este cuprins între 10 și 20 iar scăzătorul, mai mic decât 10, este mai mare decât unitățile descăzutului (de exemplu $15 - 8$);

Este cazul cel mai dificil pentru elevi, iar înțelegerea sa condiționează înțelegerea de a efectua scăderi în orice situație dată și în orice centru numeric.

Acest caz poate fi rezolvat prin două procedee.

Primul procedeu cuprinde:

- ☆ Descompunerea descăzutului într-o zece și unități ($15 = 10 + 5$);
 - ☆ Descompunerea scăzătorului astfel încât una dintre componente să fie egală cu unitățile descăzutului ($8 = 5 + 3$);
 - ☆ Scăderea acestei componente a scăzătorului din unitățile descăzutului ($5 - 5 = 0$);
 - ☆ Scăderea din zecea descăzutului a celeilalte componente a scăzătorului ($10 - 3 = 7$).
- $15 - 8 = (10 + 5) - 8 = (10 + 5) - (5 + 3) = 10 + (5 - 5) - 3 = 10 + 0 - 3 = 10 - 3 = 7$**

Al doilea procedeu revine la:

- ☆ Descompunerea descăzutului într-o zece și unități ($15 = 10 + 5$);
 - ☆ Scăderea din zecea descăzutului a unităților scăzătorului ($10 - 8 = 2$);
 - ☆ Adunarea acestui rest cu unitățile descăzutului ($2 + 5 = 7$).
- Deci, **$15 - 8 = (10 + 5) - 8 = (10 - 8) + 5 = 2 + 5 = 7$**

Este necesar ca elevilor să li se prezinte ambele procedee, să fie solicitați să le aplice pe amândouă în una sau mai multe scăderi date, pentru ca, apoi, aceștia să opteze pentru unul din procedee (care li se pare mai ușor), ce va fi folosit în continuare.

Prezentarea celor două procedee trebuie realizată cu material didactic, fără grabă, cu conștientizarea fiecărui pas (analiza procedeeului) și apoi sinteza tuturor pașilor, ilustrată în scrierile formalizate de mai sus, care nu se vor constitui în sarcini de lucru pentru elevi.

Activități și materiale didactice

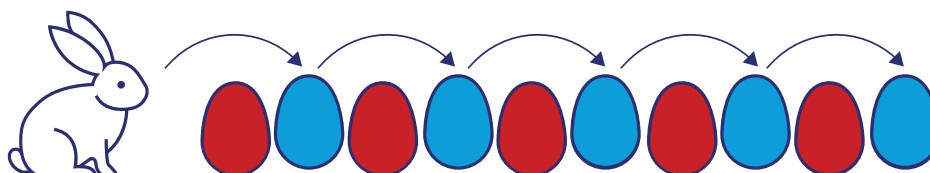
- Numărare cu pas dat (ex. din 2 în 2, din 3 în 3), cu suport intuitiv (ex. pietre/frunze pe care sare o broscuță, flori din care culege albinda polen);

Scrie adunările sugerate de imagini și rezultatul lor.

Rezolvă adunările ca în modelul dat.

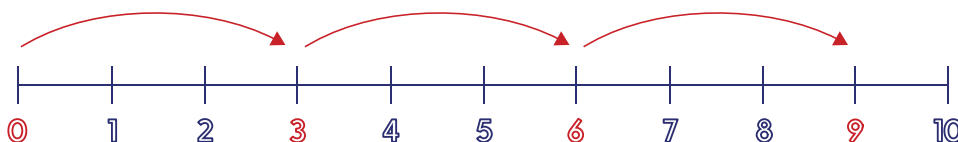
Numărând din 2 în 2 și din 3 în 3.

Iepurașul adună ouă pentru Paște. Privește imaginea și răspunde la întrebări:



- La care ou se oprește iepurașul după a doua săritura? Dar după a treia?
- Câte sărituri face pentru a aduna toate ouăle?
- Numără ouăle și scrie cifra corespunzătoare doar sub ouăle roșii.

Urmărește axa de mai jos: citește numerele indicate de săgeată și continuă șirul.



- Compunerea și descompunerea unor mulțimi de obiecte având drept cardinal un număr de elemente mai mic decât 10; mai mic decât 31;

Descompunerea numerelor până la 20

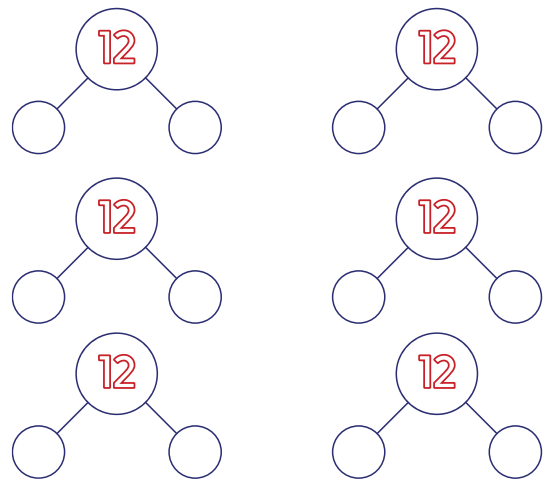
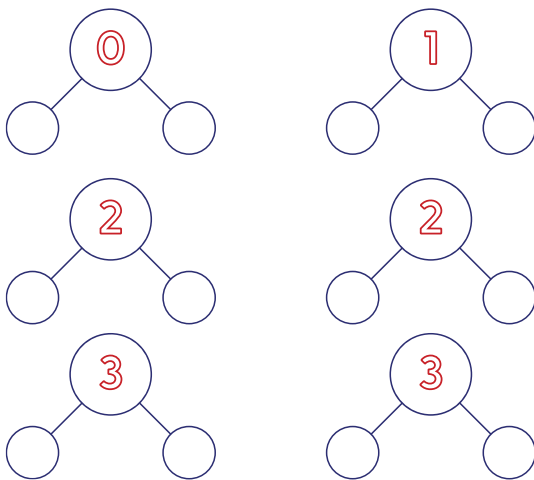
Pot descompune numerele 0, 1, 2 și 3.

Descompunerea numerelor până la 20

Pot descompune numărul 12.

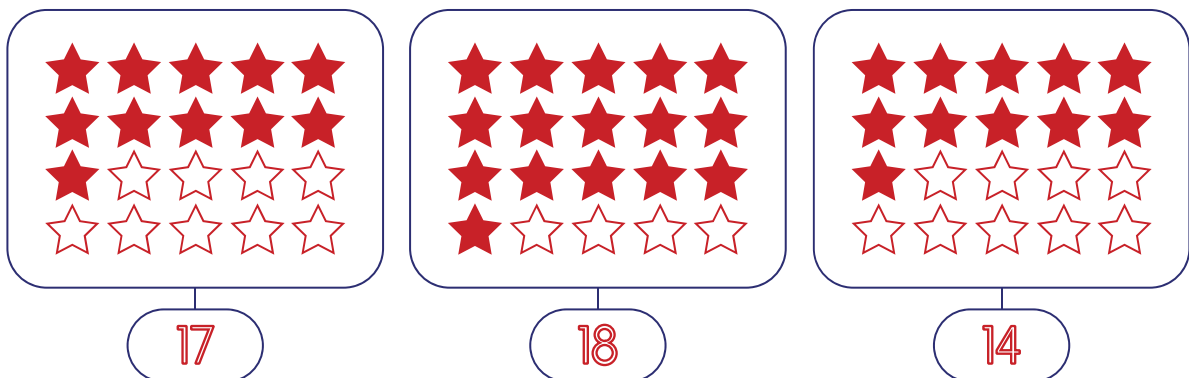
Scrie felurile în care poți descompune numerele scrise în figurile mari.

Scrie felurile în care poți descompune numerele scrise în figurile mari.



- Adăugarea și extragerea de elemente dintr-o mulțime de obiecte, fiecare operație fiind însoțită de numărarea obiectelor;

Colorează atâtea steluțe câte trebuie pentru a obține numărul scris în casetă.



- Adăugarea/extragerea de elemente dintr-o mulțime dată, pentru a obține mulțimi „cu tot atâtea elemente”;

- Rezolvarea de exerciții de adunare și scădere cu 1-5 unități în concentrul 0-31 și verificarea operațiilor efectuate prin numărare de obiecte/prin desene;

$8 + 4 = \square$

$7 + 4 = \square$

$12 - 4 = \square$

$14 - 5 = \square$

$9 + 5 = \square$

$6 + 5 = \square$

$11 - 3 = \square$

$13 - 4 = \square$

$17 + 5 = \square$

$19 + 4 = \square$

$20 - 5 = \square$

$22 - 3 = \square$

$18 + 3 = \square$

$16 + 5 = \square$

$21 - 4 = \square$

$24 - 5 = \square$

$27 + 3 = \square$

$26 + 5 = \square$

$31 - 3 = \square$

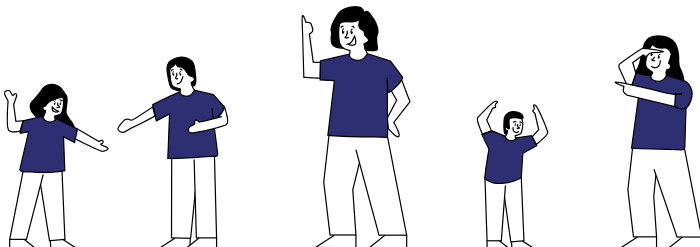
$31 - 5 = \square$

- Folosirea unui calculator pentru operații simple de adunare și verificarea rezultatelor cu ajutorul obiectelor;

- Jocuri de extragere repetată a unui anumit număr de elemente dintr-o mulțime dată (ex.: „Câți copii pot primi de la tine câte 2 baloane dacă tu ai 10 baloane?” „Un băiețel dă câte 10 jetoane celor 3 colegi ai săi. Câte a dat în total?”);

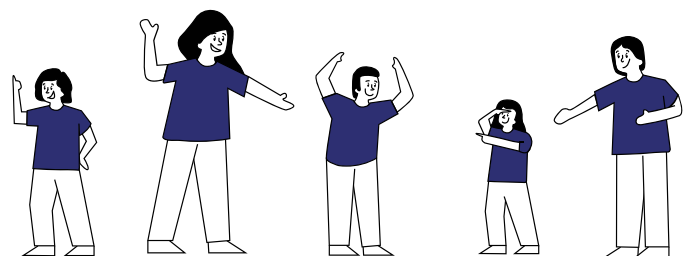
- Numărare cu pas indicat prin desen sau obiecte, crescător și descrescător;

Ordonează elevii în ordine crescătoare după înălțime, trăsând linii de la elevi la căsuța corespunzătoare (1-cel mai scund, 5-cel mai înalt)



1 2 3 4 5

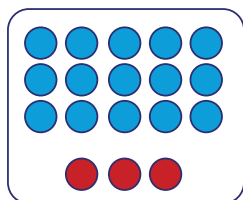
Ordonează elevii în ordine descrescătoare după înălțime, trăsând linii de la elevi la căsuța corespunzătoare (1-cel mai înalt, 5-cel mai scund)



1 2 3 4 5

- Aflarea sumei/diferenței a două numere mai mici decât 31;

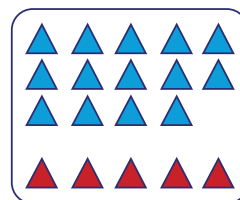
Numără și scrie operația potrivită și rezultatul:



$$\square\square + \square = \square\square$$



$$\square\square + \square = \square\square$$



$$\square\square + \square = \square\square$$

Colorează cadranele în care sunt scrise operații rezolvate corect:

$$13 + 4 = 17$$

$$16 + 1 = 18$$

$$14 + 2 = 16$$

$$12 + 5 = 16$$

$$10 + 3 = 14$$

$$11 + 4 = 15$$

$$18 + 1 = 19$$

$$14 + 4 = 18$$

- aflarea unui termen necunoscut, folosind metoda balanței;

Aflarea termenului necunoscut

Concentrul 0 - 31

$$4 + \square = 30$$



$$4 + 26 = 30$$

$$3 + \square = 26$$

$$6 + \square = 26$$

$$1 + \square = 22$$

$$6 + \square = 31$$

$$4 + \square = 29$$

$$4 + \square = 28$$

$$2 + \square = 29$$

$$7 + \square = 20$$

$$5 + \square = 27$$

$$1 + \square = 14$$

$$3 + \square = 23$$

$$8 + \square = 28$$

$$5 + \square = 17$$

$$5 + \square = 30$$

$$4 + \square = 17$$

$$9 + \square = 12$$

$$2 + \square = 31$$

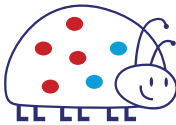

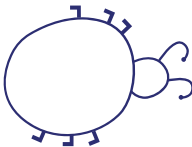

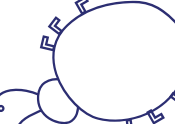

$$6 + \square = 26$$

$$5 + \square = 22$$

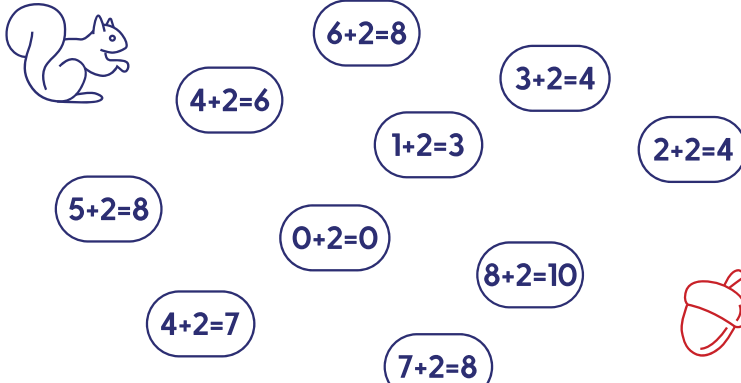
$$10 + \square = 29$$

- Jocuri de rol care necesită gruparea/regruparea de obiecte și relația întreg-parte (ex.: „La ora de sport”, „La bibliotecă” etc.);
- Crearea unor probleme simple după imagini date;
- Formularea și rezolvarea unor probleme pornind de la o tematică dată, prin schimbarea numerelor/ acțiunilor/ întrebării dintr-o problemă rezolvată;
- Schimbarea componentelor unei probleme (date numerice, tematică, acțiuni), fără ca tipul de problemă să se schimbe;
- Transformarea unei probleme de adunare în problemă de scădere și invers; transformarea unei probleme prin extinderea/ reducerea numărului de operații;

Rezolvă adunările ca în modelul dat:

 $4 + 2 = 6$	 $7 + 2 = \square$	 $8 + 2 = \square$
 $5 + 2 = \square$	 $0 + 2 = \square$	 $6 + 2 = \square$

Trasează drumul veveriței către ghindă, știind că ea merge doar pe pietrele cu operații rezolvate corect.



6+2=8

4+2=6

3+2=4

1+2=3

2+2=4

5+2=8

0+2=0

8+2=10

4+2=7

7+2=8

Bibliografie

- 📖 Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
- 📖 *** Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa <https://www.manuale.edu.ro/>
- 📖 Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
- 📖 Iosub, B. (1957). Aritmetica recreativă. București: Ed. Tineretului.
- 📖 Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
- 📖 Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar. Craiova: Editura Aius.
- 📖 Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Polirom.
- 📖 Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
- 📖 Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămănerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
- 📖 Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 www.twinkl.com
- 📖 www.emalascoala.ro
- 📖 www.clasamea.eu
- 📖 www.wordwall.net
- 📖 <https://es.liveworksheets.com>
- 📖 <https://www.mathema.ro/>
- 📖 <https://www.rei.plus/>

Clasa I

Sugestii metodice

Predarea operațiilor de adunare și scădere în centrul 0 – 100 trebuie să urmărească însușirea de către elevi a următoarelor idei:

- ✿ Calculul în acest centru se realizează în același mod ca și în centrul 0 – 20;
- ✿ Orice număr mai mare decât 10 se descompune în zeci și unități;
- ✿ Zecea este o nouă unitate de calcul;
- ✿ Operațiile se realizează cu unitățile de același fel (unități, zeci), ansamblând apoi rezultatele parțiale;
- ✿ 10 unități se restrâng într-o zece, iar o zece se poate „desface” în 10 unități (echivalența dintre 10 unități și o zece);
- ✿ Calculul este mai ușor de efectuat în scris (scrierea pe verticală, cu unități sub unități și zeci sub zeci).

În predarea adunării numerelor naturale mai mici decât 100 se disting următoarele cazuri:

a) Adunarea a două numere formate numai din zeci (de exemplu $20 + 30$)

În abordarea acestui caz, învățătorul trebuie să sublinieze că zecile sunt și ele unități de calcul și, în consecință, se va opera cu ele ca și cu unitățile.

Astfel, știind că $2 + 3 = 5$ pentru orice fel de unități, elevii vor putea deduce cu ușurință că 2 zeci + 3 zeci = 5 zeci, adică $20 + 30 = 50$.

b) Adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr mai mic decât 10 (de exemplu, $30 + 4$)

Nici acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, deoarece se corelează cu problematica formării numerelor (3 zeci și 4 unități formează numărul 34, deci $30 + 4 = 34$).

c) Adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr format din zeci și unități (de exemplu, $30 + 24$)

În acest caz, algoritmul operației presupune:

- ☆ Descompunerea numărului al doilea în zeci și unități;
- ☆ Adunarea zecilor celor două numere;
- ☆ Adăugarea la această sumă a unităților celui de-al doilea număr;

Deci $30 + 24 = 30 + (20 + 4) = (30 + 20) + 4 = 50 + 4 = 54$

d) Adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, fără trecere peste ordin (de exemplu $32 + 4$)

Se diferențiază de cazul anterior prin aceea că se adună unitățile celor două numere, adunând apoi și zecile primului număr.

$$\text{Deci } 32 + 4 = (30 + 2) + 4 = 30 + (2 + 4) = 30 + 6 = 36$$

e) Adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, fără trecere peste ordin (de exemplu $35 + 24$);

Pașii algoritmului sunt:

- ☆ Descompunerea fiecărui număr în zeci și unități;
- ☆ Adunarea zecilor celor două numere, respectiv unităților;
- ☆ Adunarea celor două sume parțiale.

$$\text{Adică: } 35 + 24 = (30 + 5) + (20 + 4) = (30 + 20) + (5 + 4) = 50 + 9 = 59$$

f) Adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, având suma unităților 10 (de exemplu $35 + 25$)

Elementul de noutate introdus de acest caz este faptul că suma unităților (10) se restrânge într-o zece, care se va aduna cu suma zecilor celor două numere.

$$\text{Așadar, } 35 + 25 = (30 + 5) + (20 + 5) = (30 + 20) + (5 + 5) = 50 + 10 = 60.$$

g) Adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, cu trecere peste ordin (de exemplu $35 + 7$)

Apare în plus față de cazul anterior faptul că suma unităților este un număr mai mare decât 10. Se formează din această sumă o zece, care se va aduna cu zecile primului număr și unități, ce se adăunează la suma zecilor.

$$\begin{aligned} \text{Deci } 35 + 7 &= (30 + 5) + 7 = 30 + (5 + 7) = 30 + 12 = \\ &30 + (10 + 2) = (30 + 10) + 2 = 40 + 2 = 42. \end{aligned}$$

h) Adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, cu trecere peste ordin (de exemplu $35 + 27$)

În acest caz suma unităților (mai mare decât 10) se transformă într-o zece, care se va adăuga sumei zecilor celor două numere și unități, ce se vor adăuna la zecile obținute.

$$\begin{aligned} \text{Adică: } 35 + 27 &= (30 + 5) + (20 + 7) = (30 + 20) + (5 + 7) = \\ &50 + 12 = 50 + (10 + 2) = (50 + 10) + 2 = 60 + 2 = 62. \end{aligned}$$

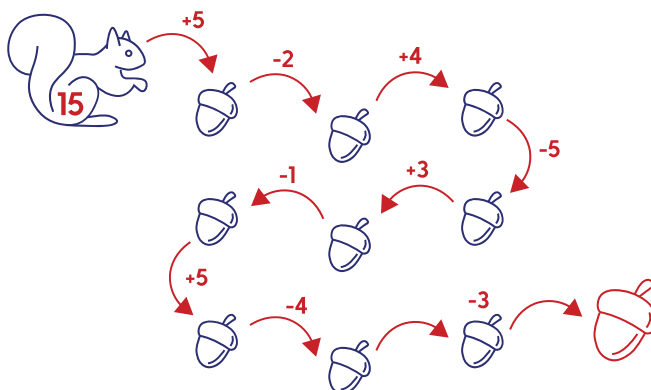
În predarea scăderii, demersurile sunt asemănătoare, astfel încât vom prezenta gradat cazurile posibile, doar prin exemplificarea scrierilor formalizate ale acestora.

- a) $50 - 20 = 30$ (prin analogie cu $5 - 2 = 3$);
- b) $54 - 4 = (50 + 4) - 4 = 50 + (4 - 4) = 50 + 0 = 50$;
- c) $54 - 50 = (50 + 4) - 50 = (50 - 50) + 4 = 0 + 4 = 4$;
- d) $54 - 20 = (50 + 4) - 20 = (50 - 20) + 4 = 30 + 4 = 34$;
- e) $56 - 4 = (50 + 6) - 4 = 50 + (6 - 4) = 50 + 2 = 52$;
- f) $56 - 24 = (50 + 6) - (20 + 4) = (50 - 20) + (6 - 4) = 30 + 2 = 32$;
- g) $50 - 4 = (40 + 10) - 4 = 40 + (10 - 4) = 40 + 6 = 46$;
- h) $50 - 24 = (40 + 10) - (20 + 4) = (40 - 20) + (10 - 4) = 20 + 6 = 26$
sau
 $50 - 24 = 50 - (20 + 4) = (50 - 20) - 4 = 30 - 4 = 26$;
- i) $54 - 8 = (50 + 4) - 8 = (40 + 10 + 4) - 8 = 40 + 4 + (10 - 8) = 44 + 2 = 46$
sau
 $54 - 8 = 54 - (4 + 4) = (54 - 4) - 4 = 50 - 4 = 46$;
- j) $54 - 28 = (50 + 4) - (20 + 8) = (40 + 10 + 4) - (20 + 8) = (40 - 20) + (10 - 8) + 4 = 20 + 2 + 4 = 26$
sau
 $54 - 28 = 54 - 20 - 8 = (54 - 20) - 8 = 34 - 8 = 26$.

a se vedea metodică de [clasa pregătitoare](#).

- Jocuri de rol care solicită compunerea/ descompunerea numerelor din concentrul 0-100 (ex.: La piață, Facem ordine în bibliotecă etc.);
- Adăugarea/extragerea de elemente dintr-o mulțime de obiecte, fiecare operație fiind însoțită de numărarea obiectelor;

Calculează:



- Adăugarea/extragerea de elemente dintr-o mulțime dată, pentru a obține mulțimi „cu tot atâtea elemente”;
- Efectuarea de adunări și scăderi și verificarea cu obiecte sau prin operația inversă;

Proba adunării

$$\begin{matrix} \mathbf{25} & + & \mathbf{34} & = & \mathbf{59} \\ \text{TERMEN 1} & & \text{TERMEN 2} & & \text{SUMĂ} \end{matrix}$$

Proba scăderii

$$\begin{matrix} \mathbf{87} & - & \mathbf{24} & = & \mathbf{63} \\ \text{DESCĂZUT} & & \text{SCĂZĂTOR} & & \text{DIFERENȚĂ} \end{matrix}$$

PRIN ADUNARE

$$\begin{matrix} \mathbf{34} & + & \mathbf{25} & = & \mathbf{59} \\ \text{TERMEN 2} & & \text{TERMEN 1} & & \text{SUMĂ} \end{matrix}$$

PRIN SCĂDERE

$$\begin{matrix} \mathbf{87} & - & \mathbf{63} & = & \mathbf{24} \\ \text{DESCĂZUT} & & \text{DIFERENȚĂ} & & \text{SCĂZĂTOR} \end{matrix}$$

PRIN SCĂDERE

$$\begin{matrix} \mathbf{59} & - & \mathbf{25} & = & \mathbf{34} \\ \text{SUMĂ} & & \text{TERMEN 1} & & \text{TERMEN 2} \end{matrix}$$

PRIN ADUNARE

$$\begin{matrix} \mathbf{63} & + & \mathbf{24} & = & \mathbf{87} \\ \text{DIFERENȚĂ} & & \text{SCĂZĂTOR} & & \text{DESCĂZUT} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \mathbf{59} & - & \mathbf{34} & = & \mathbf{25} \\ \text{SUMĂ} & & \text{TERMEN 2} & & \text{TERMEN 1} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \mathbf{24} & + & \mathbf{63} & = & \mathbf{87} \\ \text{SCĂZĂTOR} & & \text{DIFERENȚĂ} & & \text{DESCĂZUT} \end{matrix}$$

$$26+42=86$$

$$97-15=82$$

$$65+4=69$$

$$57-20=27$$

$$40+37=77$$

$$86-25=61$$

$$33+20=52$$

$$84-3=81$$

- Evidențierea proprietăților adunării (comutativitate, asociativitate, element neutru), fără precizarea terminologiei;

- Găsirea „regulii” pentru o corespondență de următorul tip: $3 \rightarrow 7$; $4 \rightarrow 8$; $5 \rightarrow 9$ - rezolvarea de adunări și scăderi, mental și în scris, cu și fără trecere peste ordin, respectând algoritmul și așezarea corectă a unităților și zecilor. Exerciții de tipul: mă gândesc la un număr ...

- Aflarea sumei/diferenței a două numere mai mici decât 100;

Adunarea și scăderea fără trecere peste ordin

1. Calculează:

$$23 + 35 = \dots\dots$$

$$96 - 43 = \dots\dots$$

$$22 + 47 = \dots\dots$$

$$55 + 24 = \dots\dots$$

$$89 - 27 = \dots\dots$$

$$79 - 43 = \dots\dots$$

$$24 + 45 = \dots\dots$$

$$75 - 45 = \dots\dots$$

$$56 + 23 = \dots\dots$$

$$40 + 9 = \dots\dots$$

$$89 - 50 = \dots\dots$$

$$77 - 7 = \dots\dots$$

2. Scrie numărul care lipsește:

$$22 + \dots\dots = 69$$

$$\dots\dots + 45 = 99$$

$$59 - \dots\dots = 50$$

$$\dots\dots + 35 = 87$$

$$35 + \dots\dots = 85$$

$$\dots\dots - 25 = 44$$

$$\dots\dots + \dots\dots = 84$$

$$\dots\dots + \dots\dots = 99$$

$$\dots\dots - \dots\dots = 55$$

3. Află numărul cu 26 mai mare decât 43.

4. Află numărul cu 16 mai mic decât 89.

5. Descăzutul este 47, iar restul este 22.

Care este scăzătorul?

6. Află numărul cu 31 mai mic decât suma numerelor 43 și 34.

7. Șiragul de mărgelile al mamei are 89 de mărgelile, iar al Mariei este cu 12 mărgelile mai mic.

Câte mărgelile are șiragul Mariei?

R: _____

8. Într-un autobuz sunt 49 de călători. La prima stație coboară 24 și urcă 4 călători.

Câți călători sunt acum în autobuz?

R: _____

- Aflarea unui termen necunoscut, folosind metoda balanței;

Află numărul necunoscut:

$$\heartsuit + 55 = 72$$

$$\bullet - 23 = 39$$

$$81 - \star = 46$$

$$\heartsuit = 72 - 55$$

$$\bullet = 39 + 23$$

$$\star = 81 - 46$$

$$\heartsuit = 17$$

$$\bullet = 62$$

$$\star = 35$$

$$v: 55 + 17 = 72$$

$$v: 62 - 39 = 23$$

$$v: 35 + 46 = 81$$

1. Bunica a pregătit pentru iarnă 12 borcane cu zacuscă de vinete și 14 borcane cu zacuscă de ciuperci.
Câte borcane cu zacuscă a pregătit bunica în total?

Rezolvare: _____

2. Costinel a cumpărat de la librărie 5 caiete de matematică, 10 caiete de dictando și 2 caiete cu foaie velină.
Câte caiete a cumpărat Costinel în total?

Rezolvare: _____

3. Tudor îl întrebă pe bunicul:
-Bunicule, câți pomi ai în livada ta?
Bunicul răspunde:
-Am 5 pruni, 10 meri, 2 nuci și un alun.
Câți pomi are bunicul lui Tudor în livadă?

Rezolvare: _____

4. Andreea a colecționat 12 vederi cu orașe și cu 3 mai multe vederi cu monumente istorice.
a) Câte vederi cu monumente istorice a colecționat Andreea?
b) Câte vederi a colecționat Andreea în total?

Rezolvare: _____

Probleme de adunare și scădere cu 2 operații

1. Ionuț cumpără 12 creioane într-o săptămână și 7 creioane în cealaltă săptămână. El îi dă unui prieten 3 creioane.
Cu câte creioane a mai rămas?

2. Lidia are 15 bile din sticlă pe care le duce acasă la prietena sa. Ea pierde 3 bile pe drum și 4 în casă.
Cu câte bile a mai rămas?

3. Alin are un pachet cu biscuiți. În pachet sunt 12 biscuiți. 6 biscuiți îi dă unor prieteni și mai cumpără alt pachet cu 12 biscuiți. Câți biscuiți are acum?

4. Adina a adunat 23 de castane. Ea îi dă 6 castane fratelui ei alte 8 castane surorii sale.
Cu câte castane a mai rămas?

5. Andrei și Marin își aduc jetoanele de fotbal pentru a le împărți cu prietenii. Andrei aduce 14 jetoane iar Marin 11. Împreună îi dau lui Traian un total de 8 jetoane.
Cu câte jetoane au rămas Andrei și Marin în total?

Bibliografie

- 📖 Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
- 📖 Programă școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 Programă școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
- 📖 Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa <https://www.manuale.edu.ro/>
- 📖 Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
- 📖 Iosub, B. (1957). Aritmetica recreativă. București: Ed. Tineretului.
- 📖 Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
- 📖 Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar. Craiova: Editura Aius.
- 📖 Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Iași: Ed. Polirom.
- 📖 Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
- 📖 Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
- 📖 Programă școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 www.twinkl.com
- 📖 www.emalascoala.ro
- 📖 www.clasamea.eu
- 📖 www.wordwall.net
- 📖 <https://es.liveworksheets.com>
- 📖 <https://www.mathema.ro/>
- 📖 <https://talentedenazdravani.eu/>

Clasa a II-a
Sugestii metodice

Predarea operațiilor de adunare și scădere în centrul 0 – 100 trebuie să urmărească însușirea de către elevi a următoarelor idei:

- ✿ Calculul în acest centru se realizează în același mod ca și în centrul 0 – 20;
- ✿ Orice număr mai mare decât 10 se descompune în zeci și unități;
- ✿ Zecea este o nouă unitate de calcul;
- ✿ Operațiile se realizează cu unitățile de același fel (unități, zeci), ansamblând apoi rezultatele parțiale;
- ✿ 10 unități se restrâng într-o zece, iar o zece se poate „desface” în 10 unități (echivalența dintre 10 unități și o zece);
- ✿ Calculul este mai ușor de efectuat în scris (scrierea pe verticală, cu unități sub unități și zeci sub zeci).

În predarea adunării numerelor naturale mai mici decât 100 se disting următoarele cazuri:

(a) Adunarea a două numere formate numai din zeci (de exemplu $20 + 30$)

În abordarea acestui caz, învățătorul trebuie să sublinieze că zecile sunt și ele unități de calcul și, în consecință, se va opera cu ele ca și cu unitățile.

Astfel, știind că $2 + 3 = 5$ pentru orice fel de unități, elevii vor putea deduce cu ușurință că $2 \text{ zeci} + 3 \text{ zeci} = 5 \text{ zeci}$, adică $20 + 30 = 50$.

(b) Adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr mai mic decât 10 (de exemplu, $30 + 4$)

Nici acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, deoarece se corelează cu problematica formării numerelor (3 zeci și 4 unități formează numărul 34, deci $30 + 4 = 34$).

(c) Adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr format din zeci și unități (de exemplu, $30 + 24$)

În acest caz, algoritmul operației presupune:

- ☆ Descompunerea numărului al doilea în zeci și unități;
- ☆ Adunarea zecilor celor două numere;
- ☆ Adăugarea la această sumă a unităților celui de-al doilea număr;

Deci: $30 + 24 = 30 + (20 + 4) = (30 + 20) + 4 = 50 + 4 = 54$

(d) Adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, fără trecere peste ordin (de exemplu $32 + 4$)

Se diferențiază de cazul anterior prin aceea că se adună unitățile celor două numere, adăunând apoi și zecile primului număr.

$$\text{Deci: } 32 + 4 = (30 + 2) + 4 = 30 + (2 + 4) = 30 + 6 = 36$$

(e) Adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, fără trecere peste ordin (de exemplu $35 + 24$)

Pașii algoritmului sunt:

- ☆ Descompunerea fiecărui număr în zeci și unități;
- ☆ Adunarea zecilor celor două numere, respectiv unităților;
- ☆ Adăunarea celor două sume parțiale.

$$\text{Adică: } 35 + 24 = (30 + 5) + (20 + 4) = (30 + 20) + (5 + 4) = 50 + 9 = 59$$

(f) Adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, având suma unităților 10 (de exemplu $35 + 25$)

Elementul de noutate introdus de acest caz este faptul că suma unităților (10) se restrânge într-o zece, care se va aduna cu suma zecilor celor două numere.

$$\text{Așadar: } 35 + 25 = (30 + 5) + (20 + 5) = (30 + 20) + (5 + 5) = 50 + 10 = 60$$

(g) Adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, cu trecere peste ordin (de exemplu $35 + 7$)

Apare în plus față de cazul anterior faptul că suma unităților este un număr mai mare decât 10. Se formează din această sumă o zece, care se va aduna cu zecile primului număr și unități, ce se adăunează la suma zecilor.

$$\text{Deci: } 35 + 7 = (30 + 5) + 7 = 30 + (5 + 7) = 30 + 12 = 30 + (10 + 2) = (30 + 10) + 2 = 40 + 2 = 42$$

(h) Adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, cu trecere peste ordin (de exemplu $35 + 27$)

În acest caz suma unităților (mai mare decât 10) se transformă într-o zece, care se va adăuga sumei zecilor celor două numere și unități, ce se vor adăuna la zecile obținute.

$$\text{Adică: } 35 + 27 = (30 + 5) + (20 + 7) = (30 + 20) + (5 + 7) = 50 + 12 = 50 + (10 + 2) = (50 + 10) + 2 = 60 + 2 = 62.$$

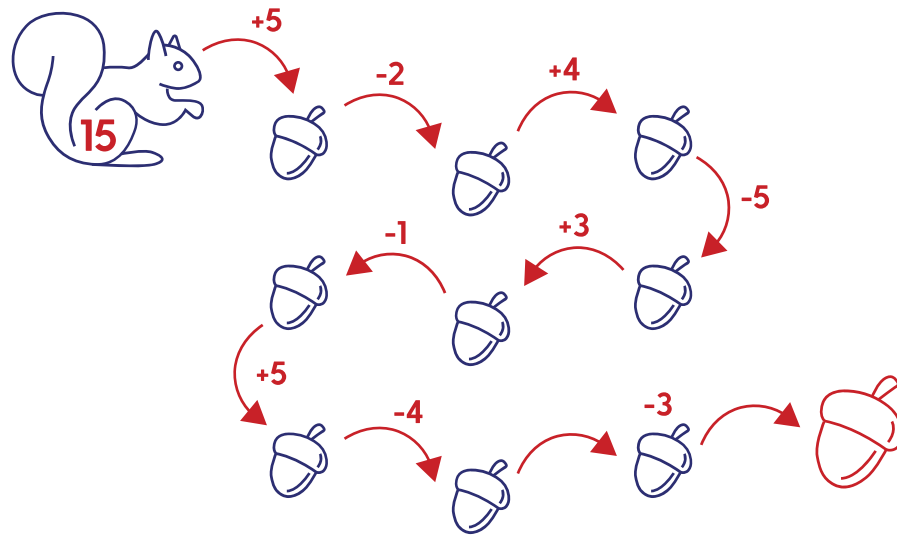
În predarea scăderii, demersurile sunt asemănătoare, astfel încât vom prezenta gradat cazurile posibile, doar prin exemplificarea scrierilor formalizate ale acestora.

- a) $50 - 20 = 30$ (prin analogie cu $5 - 2 = 3$);
- b) $54 - 4 = (50 + 4) - 4 = 50 + (4 - 4) = 50 + 0 = 50$;
- c) $54 - 50 = (50 + 4) - 50 = (50 - 50) + 4 = 0 + 4 = 4$;
- d) $54 - 20 = (50 + 4) - 20 = (50 - 20) + 4 = 30 + 4 = 34$;
- e) $56 - 4 = (50 + 6) - 4 = 50 + (6 - 4) = 50 + 2 = 52$;
- f) $56 - 24 = (50 + 6) - (20 + 4) = (50 - 20) + (6 - 4) = 30 + 2 = 32$;
- g) $50 - 4 = (40 + 10) - 4 = 40 + (10 - 4) = 40 + 6 = 46$;
- h) $50 - 24 = (40 + 10) - (20 + 4) = (40 - 20) + (10 - 4) = 20 + 6 = 26$
sau
 $50 - 24 = 50 - (20 + 4) = (50 - 20) - 4 = 30 - 4 = 26$;
- i) $54 - 8 = (50 + 4) - 8 = (40 + 10 + 4) - 8 = 40 + 4 + (10 - 8) = 44 + 2 = 46$
sau
 $54 - 8 = 54 - (4 + 4) = (54 - 4) - 4 = 50 - 4 = 46$;
- j) $54 - 28 = (50 + 4) - (20 + 8) = (40 + 10 + 4) - (20 + 8) = (40 - 20) + (10 - 8) + 4 = 20 + 2 + 4 = 26$
sau
 $54 - 28 = 54 - 20 - 8 = (54 - 20) - 8 = 34 - 8 = 26$.

a se vedea metodică de [clasa pregătitoare](#).

- Jocuri de rol care solicită compunerea/ descompunerea numerelor din concentrul 0-100 (ex.: La piață, Facem ordine în bibliotecă etc.);
- Adăugarea/extragerea de elemente dintr-o mulțime de obiecte, fiecare operație fiind însoțită de numărarea obiectelor;

Calculează:



- Adăugarea/extragerea de elemente dintr-o mulțime dată, pentru a obține mulțimi „cu tot atâtea elemente”;
- Efectuarea de adunări și scăderi și verificarea cu obiecte sau prin operația inversă;

Proba adunării

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{25} & + & \mathbf{34} & = & \mathbf{59} \\ \text{TERMEN 1} & & \text{TERMEN 2} & & \text{SUMĂ} \end{array}$$

Proba scăderii

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{87} & - & \mathbf{24} & = & \mathbf{63} \\ \text{DESCĂZUT} & & \text{SCĂZĂTOR} & & \text{DIFERENȚĂ} \end{array}$$

PRIN ADUNARE

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{34} & + & \mathbf{25} & = & \mathbf{59} \\ \text{TERMEN 2} & & \text{TERMEN 1} & & \text{SUMĂ} \end{array}$$

PRIN SCĂDERE

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{87} & - & \mathbf{63} & = & \mathbf{24} \\ \text{DESCĂZUT} & & \text{DIFERENȚĂ} & & \text{SCĂZĂTOR} \end{array}$$

PRIN SCĂDERE

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{59} & - & \mathbf{25} & = & \mathbf{34} \\ \text{SUMĂ} & & \text{TERMEN 1} & & \text{TERMEN 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{59} & - & \mathbf{34} & = & \mathbf{25} \\ \text{SUMĂ} & & \text{TERMEN 2} & & \text{TERMEN 1} \end{array}$$

PRIN ADUNARE

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{63} & + & \mathbf{24} & = & \mathbf{87} \\ \text{DIFERENȚĂ} & & \text{SCĂZĂTOR} & & \text{DESCĂZUT} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{24} & + & \mathbf{63} & = & \mathbf{87} \\ \text{SCĂZĂTOR} & & \text{DIFERENȚĂ} & & \text{DESCĂZUT} \end{array}$$

$$26+42=86$$

$$97-15=82$$

$$65+4=69$$

$$57-20=27$$

$$40+37=77$$

$$86-25=61$$

$$33+20=52$$

$$84-3=81$$

- Evidențierea proprietăților adunării (comutativitate, asociativitate, element neutru), fără precizarea terminologiei;
- Găsirea „regulii” pentru o corespondență de următorul tip: 3→7; 4→8; 5→9 - rezolvarea de adunări și scăderi, mental și în scris, cu și fără trecere peste ordin, respectând algoritmul și așezarea corectă a unităților și zecilor. Exerciții de tipul: mă gândesc la un număr ...
- Aflarea sumei/diferenței a două numere mai mici decât 100;

Adunarea și scăderea fără trecere peste ordin

1. Calculează:

$23 + 35 = \dots\dots$	$96 - 43 = \dots\dots$	$22 + 47 = \dots\dots$
$55 + 24 = \dots\dots$	$89 - 27 = \dots\dots$	$79 - 43 = \dots\dots$
$24 + 45 = \dots\dots$	$75 - 45 = \dots\dots$	$56 + 23 = \dots\dots$
$40 + 9 = \dots\dots$	$89 - 50 = \dots\dots$	$77 - 7 = \dots\dots$

2. Scrie numărul care lipsește:

$22 + \dots\dots = 69$	$\dots\dots + 45 = 99$	$59 - \dots\dots = 50$
$\dots\dots + 35 = 87$	$35 + \dots\dots = 85$	$\dots\dots - 25 = 44$
$\dots\dots + \dots\dots = 84$	$\dots\dots + \dots\dots = 99$	$\dots\dots - \dots\dots = 55$

3. Află numărul cu 26 mai mare decât 43.

4. Află numărul cu 16 mai mic decât 89.

5. Descăzutul este 47, iar restul este 22.
Care este scăzătorul?

6. Află numărul cu 31 mai mic decât suma numerelor 43 și 34.

7. Șiragul de mărgelă al mamei are 89 de mărgelă, iar al Mariei este cu 12 mărgelă mai mic.
Câte mărgelă are șiragul Mariei?

R: _____

8. Într-un autobuz sunt 49 de călători. La prima stație coboară 24 și urcă 4 călători.
Câți călători sunt acum în autobuz?

R: _____

- Aflarea unui termen necunoscut, folosind metoda balanței;

Află numărul necunoscut:


 + 55 = 72

 = 72 - 55

 = 17

v: $55 + 17 = 72$

 - 23 = 39

 = 39 + 23

 = 62

v: $62 - 39 = 23$

81 -  = 46

 = 81 - 46

 = 35

v: $35 + 46 = 81$

- Identificarea numărului mai mic/mai mare pe baza comparării a două numere mai mici decât 100 și scrierea relației;

Probleme de adunare și scădere cu 2 operații

1. Ionuț cumpără 12 creioane într-o săptămână și 7 creioane în cealaltă săptămână. El îi dă unui prieten 3 creioane.

Cu câte creioane a mai rămas?

2. Lidia are 15 bile din sticlă pe care le duce acasă la prietena sa. Ea pierde 3 bile pe drum și 4 în casă.

Cu câte bile a mai rămas?

3. Alin are un pachet cu biscuiți. În pachet sunt 12 biscuiți. 6 biscuiți îi dă unor prieteni și mai cumpără alt pachet cu 12 biscuiți. Câți biscuiți are acum?

4. Adina a adunat 23 de castane. Ea îi dă 6 castane fratelui ei alte 8 castane surorii sale.

Cu câte castane a mai rămas?

5. Andrei și Marin își aduc jetoanele de fotbal pentru a le împărți cu prietenii. Andrei aduce 14 jetoane iar Marin 11. Împreună îi dau lui Traian un total de 8 jetoane.

Cu câte jetoane au rămas Andrei și Marin în total?

Bibliografie

- 📖 Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
- 📖 http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
- 📖 Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa <https://www.manuale.edu.ro/>
- 📖 Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
- 📖 Iosub, B. (1957). Aritmetica recreativă. București: Ed. Tineretului.
- 📖 Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
- 📖 Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar. Craiova: Editura Aius.
- 📖 Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Iași: Ed. Polirom.
- 📖 Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
- 📖 Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
- 📖 Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 www.twinkl.com
- 📖 www.emalascoala.ro
- 📖 www.clasamea.eu
- 📖 www.wordwall.net
- 📖 <https://es.liveworksheets.com>
- 📖 <https://www.mathema.ro/>
- 📖 <https://talentednazdravani.eu/>

1.4. Strategii de înmulțire

**6 - 7 ANI
CLASA PREGĂTITOARE**

Intuirea multiplilor

Folosește grupuri sau multipli în numărarea și partajarea obiectelor concrete (de exemplu, numărarea pe sărite, din doi în doi, cinci sau zece cu toate obiectele vizibile).

Reprezintă și analizează situații concrete care implică împărțirea egală și gruparea egală cu desene și obiecte (de exemplu, desenează o imagine care să reprezinte 4 mese pentru 6 persoane pentru a determina de câte scaune vor avea nevoie; folosește opt portofele pentru a reprezenta împărțirea de 8 lei între patru prieteni).

**7 - 8 ANI
CLASA 1**

**Abordarea figurativă
(unități imaginate) și
repetarea unităților compuse (mulțimilor)**

Folosește imagini pentru a reprezenta cantități ascunse de cantități egale pentru a determina numărul total de articole (de exemplu, pentru a număra câte markere de tablă sunt în patru pachete, știind că vin în pachete de 5, elevul numără numărul de markere ca fiind 5, 10, 15, 20).

Folosește unități compuse în adunări repetate folosind unitatea de un număr specificat de ori (de exemplu, interpretează „patru loturi de trei” în mod identificarea unităților de măsură uzuale pentru lungime, capacitate (centimetrul, litrul) și a unor instrumente adecvate aditiv și calculează $3 + 3 + 3 + 3$ răspunzând „12”).

Folosește unități compuse în scăderea repetată folosind unitatea de un anumit număr de ori (de exemplu, când este întrebat „câte grupuri de patru se pot forma din clasa noastră de 24?”, elevul ia în mod repetat patru din 24 și numără de câte ori se pot forma, acest lucru se poate face. Spune „20, 16, 12, 8, 4 și 0, astfel încât să putem forma șase grupuri de patru”).

**8 - 9 ANI
CLASA A 2-A**

**Coordonarea unităților
compuse (mulțimilor)**

Identifică și reprezintă înmulțirea în diverse moduri și rezolvă probleme multiplicative simple folosind aceste reprezentări (de exemplu, reprezintă simbolic fiecare element care urmează să fie multiplicat, găsind propriul mod de a reprezenta elementele multiplicare).

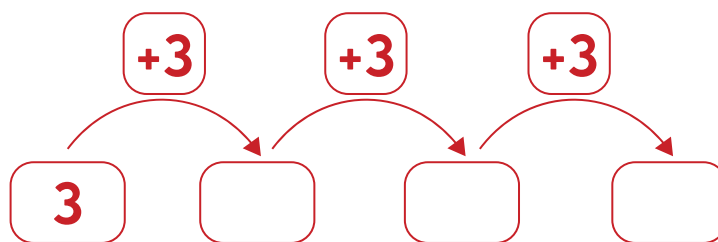
Identifică și reprezintă împărțirea în diferite moduri, cum ar fi împărțirea prin distribuire sau împărțirea mulțimii (de exemplu, împărțirea unei cutii de 12 ouă în mod egal între patru persoane, desenează 12 puncte și încercuiește trei grupuri de patru cu câte 3 în fiecare parte).

Identifică și reprezintă înmulțirea și împărțirea în mod abstract folosind simbolurile \times și \div (de exemplu, reprezintă 3 grupuri de 4 ca 3×4 ; folosește $9 \div 3$ pentru a reprezenta 9 bucăți de fructe împărțite în mod egal de 3 persoane).

Sugestii metodice

ÎNMULȚIREA NUMERELOR NATURALE – INTRODUCEREA CONCEPTULUI

Înmulțirea apare în programele școlare în clasa a II-a. Dar deprinderea de adunare repetată – prin care se pregătește înmulțirea, se formează încă de la clasa pregătitoare. Pregătirea înmulțirii se poate face prin exerciții de înmulțire implicită, de tipul:



În acest fel, operația de înmulțire apare ca necesitatea de a prescurta unele calcule.

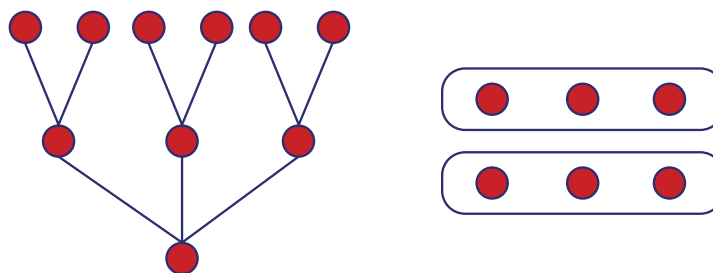
Înmulțirea este introdusă ca o adunare repetată de termeni egali.

Primele exerciții trebuie să pornească de la exemple cotidiene, de tipul: „Am 4 perechi de pantofi; câți pantofi am în total?”, în care rezultatul se obține prin adunarea repetată $2 + 2 + 2 + 2$, sau „de patru ori 2”.

Se introduce apoi notația „de patru ori $2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2$ ”.

Această notație este convențională, dovedindu-se utilă doar în partea de transpunere în simboluri matematice a unei situații problemă; de aceea, nu trebuie insistat prea mult pe ideea că „primul număr arată de câte ori se repetă, în sumă, al doilea număr”, mai ales și pentru că ambele numere au o denumire comună (factori).

Formarea unor reprezentări mentale ale rezultatului înmulțirii este importantă, pentru a putea ajunge la proprietățile acesteia. Aceste reprezentări mentale pot fi susținute de elemente simple de geometrie, în care numărarea se poate face prin înmulțire, așa cum apar în imaginile următoare.



ÎNMULȚIREA NUMERELOR NATURALE ÎN CONCENTRUL 0 – 100. TABLA ÎNMULȚIRII

Odată fixat *conceptul*, se poate trece la învățarea înmulțirii în centrul 0-100, ceea ce revine, de fapt, la învățarea tablei înmulțirii.

Ca la adunare, se poate porni secvențial (exersarea, pe rând, a înmulțirii cu 2, apoi a înmulțirii cu 3 etc.), sau se poate opta pentru exersarea înmulțirilor ale căror rezultate se obțin mai simplu, chiar dacă se recurge la adunări repetate (înmulțirea cu 10; înmulțirea cu 5; înmulțirea cu 2), urmate de exersarea înmulțirilor cu restul numerelor.

Cu fiecare prilej, sunt exersate (pentru început, fără terminologie specifică) proprietățile înmulțirii: comutativitate; asociativitate; admite element neutru (pe 1); distributivitate față de adunare și scădere. De exemplu, calculul unor înmulțiri (completarea tablei înmulțirii) poate utiliza rezultatele deja memorate.

Automatizarea deprinderii de a utiliza tabla înmulțirii este un demers structurat, în care se pot folosi diferite procedee; câteva sugestii sunt incluse în continuare:

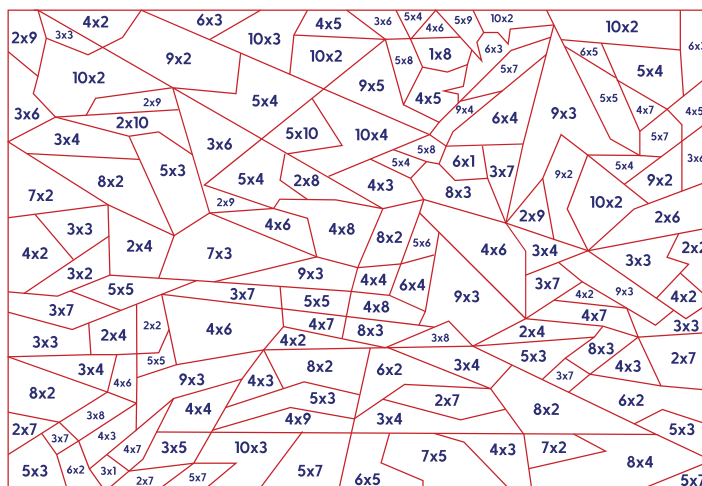
- ✿ Repetarea tablei înmulțirii cu un număr dat, în ordinea crescătoare sau descrescătoare a celui de-al doilea factor (eventual, pentru început, cu suport vizual – tabla înmulțirii);
- ✿ Repetarea „pe sărite”, eventual în cadrul unei metode de activizare (de exemplu, metoda RAI – *răspunde, aruncă și întreabă*), cu și fără suport vizual;
- ✿ Se șterg de pe tablă/ se acoperă unii din factori, sau o parte din rezultate din tabla înmulțirii și se cere elevilor să reconstituie înmulțirile respective.

Pentru a evita monotonia, se pot folosi jocuri sau fișe de lucru de tipul celei de mai jos.

Calculează, apoi colorează în funcție de rezultatul obținut

De la 0 la 9 - GALBEN
De la 10 la 17 - VERDE
De la 18 la 20 - ALBASTRU

De la 21 la 29 - MARO
De la 30 la 39 - NEGRU
De la 40 la 50 - ROȘU



ÎMPĂRȚIREA NUMERELOR NATURALE – INTRODUCEREA CONCEPTULUI

Trebuie să menționăm, încă de la început, faptul că elevii învață, pe parcursul școlarității, mai multe operații denumite la fel – împărțire.

Mai precis, când operăm cu numere naturale, putem vorbi despre:

- ☼ Împărțirea „exactă” (cu rest 0);
- ☼ Împărțirea cu rest;
- ☼ Împărțirea cu rezultat un număr rațional (“cu virgulă”).

În tot ceea ce urmează, vom înțelege prin „împărțire” doar împărțirea cu rest (eventual, restul poate fi 0).

La clasa a II-a, împărțirea poate fi introdusă în mai multe moduri:

- **Împărțire în părți egale:**

Vrem să distribuim, în mod egal, 12 creioane la 4 copii: câte creioane primește fiecare?

Acțional, aceasta înseamnă că dăm, pe rând, câte un creion fiecărui copil, apoi continuăm să distribuim pe rând creioanele, până când terminăm.

Calculatoriu, aceasta înseamnă că, după prima distribuire, au rămas $12 - 4$ (adică 8) creioane, după a doua distribuire au rămas $8 - 4$ (adică 4) creioane, iar după a treia distribuire au fost epuizate toate creioanele.

De aceea: $12 : 4 = 3$.

- Împărțire prin cuprindere:

Vrem să distribuim 12 creioane la câțiva copii, astfel ca fiecare copil să primească câte 4 creioane: câți copii vor primi creioane?

Așional, aceasta înseamnă că luăm 4 creioane, pe care le dăm primului copil, apoi luăm alte 4 creioane pe care le dăm celui de-al doilea copil și continuăm la fel, până terminăm.

Calculatoriu, aceasta înseamnă că, după primul pas, am dat 4 creioane și ne-au rămas 8, după al doilea pas, am dat alte 4 creioane și ne-au rămas 4, iar la al treilea pas am dat toate creioanele rămase.

De aceea: $12 : 3 = 4$.

- Împărțire prin scăderi repetate:

În ambele situații de mai sus, din mulțimea dată s-au îndepărtat, în mod succesiv, câte 4 obiecte, până la epuizarea mulțimii.

Astfel, operația $12 : 4$ revine la efectuarea de scăderi repetate ale lui 4 din 12, adică la $12 - 4 - 4 - 4 = 0$; numărul de scăderi succesive este câtul împărțirii lui 12 la 4.

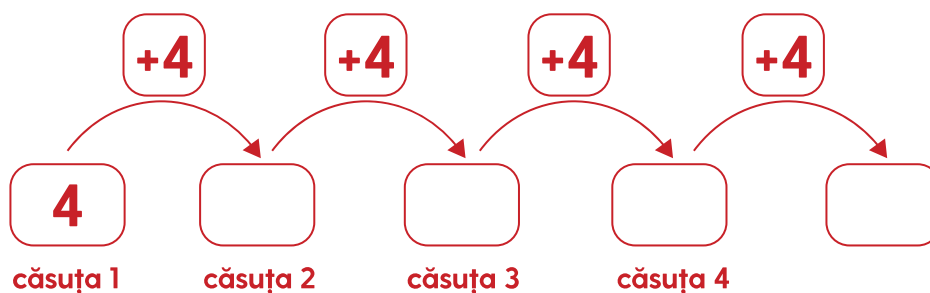
- Împărțirea, privită ca operație inversă:

Cunoscând unul din factori și rezultatul înmulțirii, vrem să determinăm celălalt factor. Pentru a răspunde, recurgem la tabla înmulțirii.

Activități și materiale didactice

- ☆ Adunarea cardinalelor unor mulțimi care au același număr de elemente, adunare repetată:

a. Completează căsuțele cu numerele potrivite



b. Ce număr se va afla în căsuța 17?

c. Câte numere naturale sunt între $4 \cdot 36$ și $4 \cdot 37$?
Încearcă să răspunzi fără a efectua înmulțirile.

- ☆ Jocuri de extragere repetată a unui anumit număr de elemente dintr-o mulțime dată:

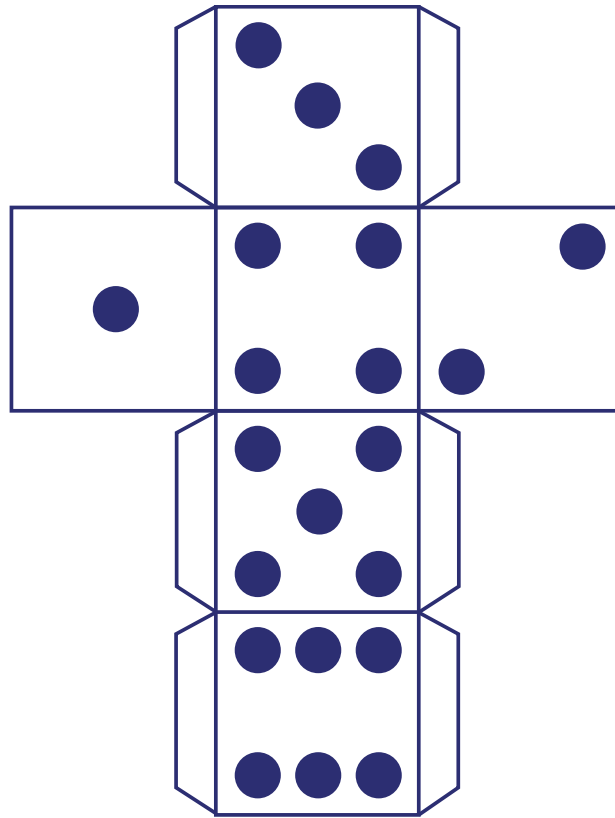
Înmulțirea când un factor este 7 sau 8

Vei avea nevoie de:

- Tabla de joc;
- Un zar;
- Un pion pentru fiecare jucător.

Cum se joacă?



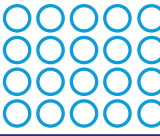
1. Jucătorii aruncă zarul pe rând. Cel care obține cel mai mare număr începe jocul, iar ceilalți urmează în ordinea numerelor obținute prin aruncarea zarului.
2. Pentru a se deplasa pe tabla de joc, fiecare jucător aruncă zarul și mută pionii atâtea spații cât indică numărul de pe zar. În funcție de spațiul în care au aterizat, jucătorii trebuie să rezolve operația de înmulțire.
3. Dacă răspunsul este corect, jocul continuă în mod obișnuit. Dacă răspunsul este incorect, jucătorul stă o tură.
4. Atunci când un jucător aterizează pe capul unui șarpe, pionul acestuia alunecă spre coada șarpelui, iar dacă ajunge la baza unei scări, pionul acestuia urcă în spațiul indicat de scară.
5. Primul jucător care ajunge la linia de sosire este câștigător!



20 $8 \times 6 =$	21 $7 \times 7 =$	22 $8 \times 1 =$	23 $7 \times 6 =$	FINAL
19 $1 \times 7 =$	18 $9 \times 8 =$	17 $7 \times 0 =$	16 $3 \times 8 =$	15 $7 \times 8 =$
10 $3 \times 7 =$	11 $8 \times 10 =$	12 $8 \times 0 =$	13 $8 \times 8 =$	14 $10 \times 7 =$
9 $8 \times 7 =$	8 $6 \times 7 =$	7 $7 \times 2 =$	6 $4 \times 8 =$	5 $9 \times 7 =$
START	1 $8 \times 2 =$	2 $4 \times 7 =$	3 $7 \times 5 =$	4 $8 \times 5 =$

- ☆ - Evidențierea mai multor modalități de grupare a elementelor unei mulțimi pentru determinarea cardinalului acesteia;

Puzzle cu înmulțiri și împărțiri
Decupează puzzle-ul și pune piesele în corespondență

3×4		$3 + 3 + 3 + 3$	$12 : 3$
2×6		$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$	$12 : 6$
4×5		$5 + 5 + 5 + 5$	$20 : 4$

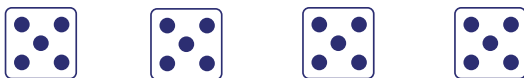
- ☆ Aflarea unei sume de termeni egali prin rezolvarea unor probleme practice;

Probleme de înmulțire și împărțire cu 5

Ilustrează operația și găsește răspunsul corect.

$4 \times 5 = \square$

Scrie o operație de înmulțire care să corespundă acestei imagini.



$\square \times \square = \square$

Realizează adunarea repetată, apoi completează în casetă rezultatul final.



Ilustrează operația și găsește răspunsul corect.

$45 : \square = 5$

$\square \times 5 = 15$

$\square = 10 \times 5$

Rezolvă această problemă.

Felix are doar bancnote de 5 lei în pușculița sa. El are în total 35 de lei. Câte bancnote de 5 lei sunt în pușculița lui Felix?



\square bancnote

Completează șirul numerelor.

25		35	40		
----	--	----	----	--	--

	20	15			
--	----	----	--	--	--

- ☆ Rezolvarea unor situații practice de aflare a unei sume/ diferențe de termeni egali;
- ☆ Efectuarea de împărțiri cu rest 0, în centrul 0- 100 prin scăderi repetate sau recurgând la înmulțire;

$$(16 : 4) : 2 = 2$$

↓

$$(4) : 2 = 2$$

$$16 : (4 : 2) = 8$$

↓

$$16 : (2) = 8$$

Împărțirea
NU
este asociativă!

Adunarea	+	este →	Comutativă	▲▲
Înmulțirea	x		Asociativă	()
			Distributivă	x(+)

Scăderea	-	NU ESTE →	Comutativă	▲▲
Împărțirea	:		Asociativă	()

1. Transformă exercițiile următoare în operații de împărțire:






















- a) $20 - 5 - 5 - 5 - 5 = 0$ _____
- b) $24 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 = 0$ _____
- c) $21 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0$ _____
- d) $16 - 4 - 4 - 4 - 4 = 0$ _____
- e) $30 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 = 0$ _____
- f) $24 - 8 - 8 - 8 = 0$ _____

2. Efectuează fiecare împărțire prin scădere repetată apoi scrie rezultatul.

- a) $15 : 5 = \square$ _____
- b) $18 : 6 = \square$ _____
- c) $20 : 4 = \square$ _____
- d) $28 : 7 = \square$ _____
- e) $35 : 7 = \square$ _____
- f) $40 : 8 = \square$ _____

- ☆ Rezolvarea de exerciții cu ordinea efectuării
- ☆ Jocuri de tip LOTO cu numere;
- ☆ Rezolvarea de probleme în care sunt necesare operații de același ordin/ de ordine diferite.

Bibliografie

-  Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
-  Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
-  Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa <https://www.manuale.edu.ro/>
-  Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
-  Iosub, B. (1957). Aritmetica recreativă. București: Ed. Tineretului.
-  Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
-  Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar.
-  Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Ed. Polirom.
-  Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
-  Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>
-  <https://www.mathema.ro/>
-  <https://www.rei.plus/>
-  <https://latimp.net/>
-  <https://mquest.ro/>

1.5. Interpretarea fracțiilor

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE	7 - 8 ANI CLASA 1	8 - 9 ANI CLASA A 2-A
<p>Împărțirea în jumătăți</p> <p>Demonstrează înțelegerea că împărțirea unui întreg în două părți poate crea părți egale sau inegale, exemplificând în situații concrete (ruperea unui corn/tăierea unui măr în două părți).</p> <p>Identifică partea și întregul în reprezentări a unei jumătăți (de exemplu, unește două piese egale pentru a forma un întreg și poate identifica piesele ca părți egale ale întregului).</p> <p>Creează jumătăți egale plecând de la un întreg (de exemplu, pliază o bandă de hârtie în jumătate pentru a face bucăți egale prin alinierea marginilor; taie un sandwich în jumătate în diagonală; împarte un grup de elemente în două grupuri mai mici egale pentru a reprezenta înjumătățirea).</p>	<p>Înjumătățirea repetată</p> <p>Face sferturi și optimi prin înjumătățire repetată (de exemplu, localizează jumătate, apoi înjumătățește fiecare jumătate; opt mărgelile împărțite în două jumătăți egale, care la rândul lor sunt împărțite din nou în alte două jumătăți egale).</p> <p>Identifică partea și întregul în reprezentări de jumătăți, sferturi și optimi (de exemplu, identifică părțile fracționale care alcătuiesc întregul folosind puzzle-uri cu fracții).</p> <p>Reprezintă fracții cunoscute folosind diverse modele și materiale concrete (împarte forme geometrice, un segment, o tableță de ciocolată, o pizza întreagă).</p>	<p>Repetarea părților fracționare și reimaginarea întregului</p> <p>Formează un întreg adăugând în mod repetat părți fracționale egale până la completarea întregului (de exemplu, recrează o pizza din optimi sau sferturi până aceasta este întreagă).</p> <p>Verifică egalitatea părților prin repetarea unei părți pentru a forma întregul (de exemplu, să împartă segmentul întreg în bucăți egale cu o bucată data ca mai apoi să afle numărul părților din segment).</p> <p>Identifică fracții în situații de măsurare și rezolvă probleme folosind reprize, sferturi și optimi (de exemplu, sferturi într-un meci ; folosește două cești în locul unei măsuri de 1 cană) demonstrează că fracțiile pot fi scrise simbolic și interpretează folosind cunoștințe parțial/întreg (de exemplu, interpretează $\frac{3}{4}$ pentru a însemna trei sferturi sau trei pătrimi, de trei ori $\frac{1}{4}$).</p> <p>Creează treimi prin vizualizare sau aproximare și ajustare (de exemplu, imaginează o fâșie de hârtie în 3 părți, apoi ajustează și pliază).</p> <p>Identifică exemple și non-exemple de reprezentări partiționate ale fracțiilor.</p> <p>Împarte un întreg în diferite părți fracționale în scopuri diferite (de exemplu, explorarea problemei împărțirii unui tort în mod egal între un număr diferit de invitați).</p> <p>Demonstrează că cu cât împartim un întreg mai multe parti, partile obtinute devin din ce în ce mai mici.</p>

Sugestii metodice

METODICA INTERPRETĂRII FRAȚIILOR**Formarea noțiunii de fracție**

Introducerea, în clasa a II-a, a noțiunii de fracție reprezintă prima lărgire a conceptului de număr.

Elevii vor învăța că noua mulțime numerică o include pe cea a numerelor naturale, prin înțelegerea faptului că o fracție cu numitorul 1 reprezintă un număr natural.

Formarea noțiunii de fracție este un proces mai complicat, ce va conduce, în timp, la conceptul de număr rațional.

Bazele psihopedagogice ale predării-învățării fracțiilor sunt determinate de sporirea experienței de viață și didactice a elevilor, a maturizării lor cognitive, a lărgirii ariei cunoștințelor lor matematice și din alte domenii ale cunoașterii.

Demersul didactic trebuie să aibă traseul obișnuit în învățarea la această vârstă: de la elementele acționale, concrete, la cele de reprezentare iconică și atingând nivelul abstracțiunii, prin elemente simbolice.

Învățarea fracțiilor și operațiilor cu fracții în clasa a III-a nu pornește de pe un loc gol.

În clasa I, elevii au cunoscut termenii de **jumătate (doime)** și **sfert (pătrime)**, în legătură cu împărțirea unui număr la 2, respectiv la 4, lucruri ce pot fi valorificate în acest capitol.

Astfel, știind că una din cele două părți de aceeași mărime în care a fost împărțit un întreg reprezintă o doime, că una din cele 4 părți de aceeași mărime în care a fost împărțit întregul reprezintă o pătrime, se pot aborda alte cazuri particulare, ce vor conduce la generalizarea ce definește unitatea fracționară: **o parte dintr-un întreg care a fost împărțit în părți la fel de mari**.

Elevii vor fi conduși să intuiască întregul ca un obiect, o figură geometrică, o mulțime de obiecte sau imagini de același fel sau chiar număr.

Date fiind experiența matematică redusă a elevilor, capacitățile de abstractizare și generalizare încă nematurizate, precum și noutatea noțiunii, învățarea acesteia parcurge mai multe etape:

a) Etapa de fracționare efectivă a unor obiecte concrete (măr, pâine, portocală ș.a.) și de partiție a unor mulțimi de obiecte concrete (nuci, creioane, bețișoare, jetoane ș.a.);

- b) Etapa de fracționare prin îndoirea unor figuri geometrice plane care au axe de simetrie (pătrate, dreptunghiuri, cercuri);
- c) Etapa de fracționare prin trasarea unor linii pe un desen geometric dat, pe care-l împart în părți la fel de mari (axe de simetrie ale unui pătrat, dreptunghi, cerc ș.a) sau fracționarea unor imagini de obiecte (trasarea unor linii pe imaginea unui măr, a unei clădiri ș.a)
- d) Etapa de fracționare a numerelor, reductibilă la împărțirea acestora la un număr dat (2, pentru aflarea unei doimi; 4, pentru aflarea unei pătrimi ș.a.m.d.)

În cadrul fiecărei etape, se va evidenția unitatea fracționară și se va sublinia faptul că întregul a fost împărțit în părți la fel de mari.

Se introduce apoi noțiunea de fracție, ca fiind una sau mai multe unități fracționare și scrierea/citirea acesteia.

Pentru ca elevii să rețină mai ușor denumirile celor doi termeni ai unei fracții, se poate preciza că **numitorul „numește” unitatea fracționară** (de exemplu, 2 – întregul a fost împărțit în două părți la fel de mari, numite doimi), iar **numărătorul „numără” câte unități fracționare formează fracția dată.**

În citirea unei fracții se va urmări ca exprimările elevilor să fie complete și corecte (ex. $3/4 =$ **trei pătrimi** și nu „3 pe 4” sau „3 supra 4”), pentru a conștientiza noțiunea de fracție, evitând formalizări ce nu spun nimic elevului din clasa a III-a.

De asemenea, din punct de vedere metodic, se recomandă folosirea unei fracții ai căror numărători/numitori sunt numere mai mici decât 10.

Primele tipuri de sarcini ale elevilor vizează precizarea fracției corespunzătoare unor părți dintr-un întreg împărțit în părți egale (de exemplu: să se scrie fracția corespunzătoare părții hașurate/colorate dintr-un întreg împărțit în părți egale).

Apoi se cere elevilor să hașureze/coloreze partea dintr-un întreg împărțit în părți egale ce corespunde unei fracții date, respectiv să împartă întregul și să hașureze/coloreze corespunzător fracției date.

Sarcinile de lucru pot fi și de natură practică:

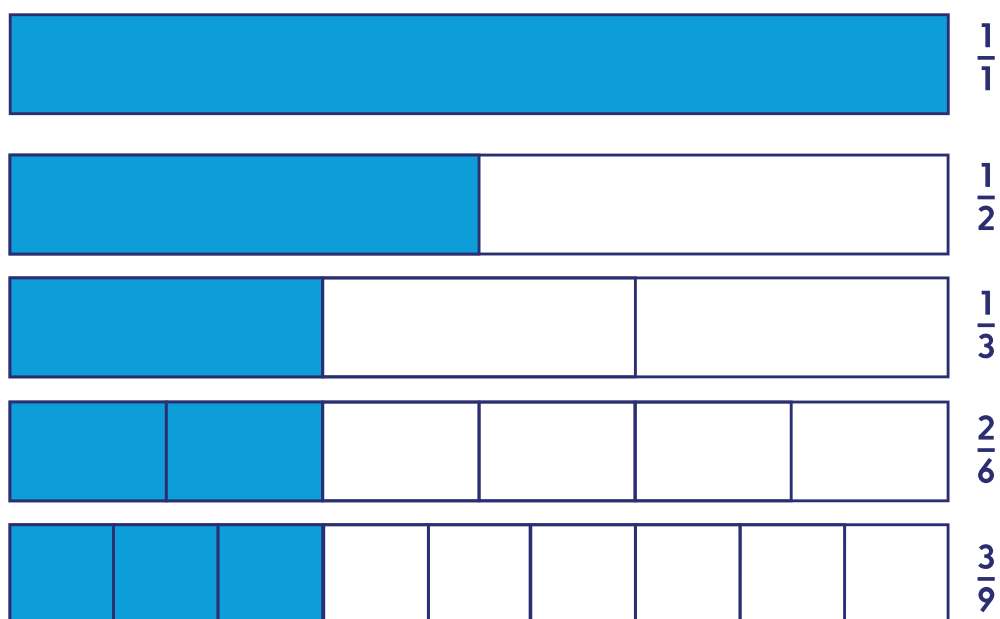
- ☼ Să se plieze o foaie de hârtie de formă pătrată astfel încât să se obțină un număr de părți egale și apoi să se coloreze câteva dintre acestea, corespunzător unei fracții date.

- ☼ Un alt tip de sarcină, mai dificil, este cel în care, prezentându-se obiecte concrete de două feluri sau imagini ale acestora (de exemplu, mere și pere), se cere elevilor să scrie fracția ce reprezintă numărul obiectelor de primul fel față de toate sau față de cele de felul al doilea (în exemplu: numărul merelor față de numărul fructelor și față de numărul perelor).

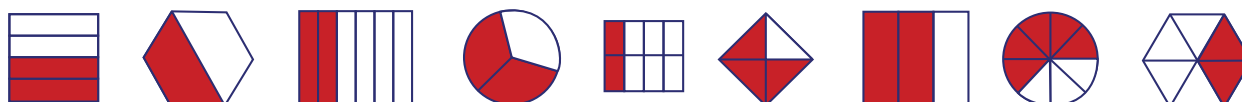
Mulțimile de numere sunt introduse, în matematica școlară, oarecum în aceeași ordine și cu aceleași motivații prin care au apărut și în istoria omenirii.

Introducerea noțiunii de fracție, începând cu clasa a II-a, reprezintă **prima etapă de lărgire a conceptului de număr**. Elevii vor învăța că noua mulțime o include pe cea anterioară (adică), prin faptul că **un număr natural poate fi exprimat ca fracție cu numitorul 1**.

Fracțiile apar prin intermediul diviziunilor în părți egale ale unui întreg; acesta poate fi un obiect, o figură geometrică, un număr etc. Mai precis, o fracție reprezintă una sau mai multe părți dintre părțile egale în care au fost împărțiți unul sau mai mulți întregi identici.



De regulă, când vorbim despre „părți egale”, ne referim la formă, și nu la alte caracteristici (masa, de exemplu). De aceea, pentru a forma la elevi reprezentări mentale ale fracțiilor, folosim modele geometrice descompuse în părți congruente (de aceeași formă și mărime). Câteva astfel de desene sunt incluse în imaginile de mai jos.

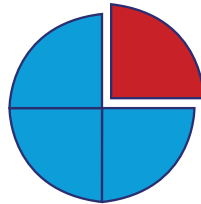


Ca urmare, înțelegerea noțiunii de fracție trebuie precedată de unele elemente intuitive de geometrie. Formarea noțiunii de fracție este un proces complicat, mai ales deoarece operăm cu fracțiile „altfel” decât operăm cu numerele naturale. Acest proces, ce se încheie abia după clasa a VI-a, conduce la formarea conceptului de număr rațional.

FORMAREA CONCEPTULUI DE NUMĂR FRAȚIONAR

La clasa I, atunci când sunt introduse pentru prima dată fracțiile, se vorbește despre doime (jumătate) și pătrime (sfert), prin marcarea acestora pe desene.

Nu se utilizează termenul de fracție (sau unitate fracționară); este important ca elevul să relaționeze noțiunea de jumătate cu acțiunea de divizare a întregului în două părți egale, precum și cu operația de împărțire la 2 a unui număr par; la fel, pentru noțiunea de sfert.



La clasa a II-a, sunt introduse fracții cu numitor mai mic sau egal decât 10, împreună cu terminologia specifică (treime, pătrime, ... , zecime; numitor, numărător; fracții subunitare, fracții echiunitare). Este util să se solicite exprimarea adecvată (de exemplu, $2/5 =$ "două cincimi", mai degrabă decât "doi supra cincii").

Reprezentarea fracțiilor prin desene devine instrumentul principal de lucru, elevii fiind puși în situația de a alege configurația adecvată pentru reprezentarea pe desen a unei fracții date. Elevii vor fi conduși să intuiască faptul că un întreg poate fi considerat un obiect, o figură geometrică, mai multe obiecte sau imagini de același fel, sau un număr.

Exemplu:

- ☼ Se împarte un obiect (de exemplu, un măr) în două părți egale; se evidențiază faptul că părțile sunt egale și că s-au obținut prin împărțire/ tăiere;
- ☼ Elevii împart prin îndoire/ tăiere diverse figuri geometrice (pătrat, cerc, triunghi), comparând părțile prin suprapunere. Se procedează la fel cu obiecte „liniare” (de exemplu, cu o bucată de sfoară). Poate fi fructificat conceptul de axă de simetrie a unei figuri geometrice.
- ☼ După formularea concluziilor, ce rezultă prin conversație euristică, se alege un număr de părți și se formalizează prin scriere, denumire și reprezentare prin desen fracțiile corespunzătoare.

Compararea unei fracții cu întregul

Următoarele informații pe care și le pot însuși elevii se referă la tipurile de fracții date de compararea cu întregul (subunitare, echiunitare, supraunitare).

Prin acțiune directă cu obiecte sau cu imagini, aceștia constată că dacă numărătorul fracției este mai mic decât numitorul, trebuie luate în considerare mai puține unități fracționare decât are întregul în cazul dat (ex.: pentru fracția $\frac{3}{4}$, întregul a fost împărțit în 4 părți la fel de mari și s-au luat în considerare doar 3 dintre ele), deci fracția reprezintă, în acest caz, mai puțin decât un întreg, numindu-se **subunitară**.

Dacă numărătorul fracției este egal cu numitorul, atunci se iau în considerare toate unitățile fracționare ale întregului, deci tot întregul, fracția reprezentând, în acest caz, chiar întregul și numindu-se **echiunitară**.

Dacă numărătorul fracției este mai mare decât numitorul, elevii constată că nu sunt suficiente unități fracționare ale întregului și este necesară considerarea încă unui întreg (sau mai mulți) de același fel, pentru a obține fracția. Firește, în acest caz, fracția reprezintă mai mult decât un întreg și se va numi supraunitară.

Treptat, concretul reprezentat de obiecte sau imagini va dispărea și elevii își vor forma pricepera de a sesiza tipul fracției, prin simpla comparare a numărătorului cu numitorul.

Fracții subunitare

Fracții echiunitare

Fracții supraunitare

Copilul poate compara numere naturale mici de la vârsta de 3-4 ani. Așa cum a arătat Jean Piaget, copiii de 4 ani apelează de regulă la compararea mărimii unor mulțimi, prin poziționare spațială, în loc să le compare prin numărare.

Lucrări mai recente, aparținând, de exemplu, lui Catherine Sophian, evidențiază reticența copiilor în a folosi numărarea când compară mulțimi de obiecte .

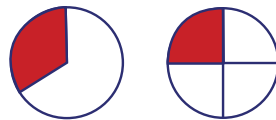
În școala primară, elevul este pus în situația să compare numere naturale.

În clasa pregătitoare, aceasta se face prin figurarea unor mulțimi de obiecte și realizarea de corespondențe 1- la-1 între acestea, sau prin încercuirea părților comune ale grupurilor. Ulterior, procesul de comparare este abstractizat, elevul fiind pus în situația de a compara numere.

În clasa I, compararea unor numere cu același număr de zeci sau de unități se face prin intermediul unor mulțimi de obiecte. Ulterior, se formulează algoritmul de comparare a numerelor de cel mult două cifre: se compară zecile; dacă numerele au același număr de zeci, se compară unitățile.

În clasa a II-a, centrul în care se fac comparații ale unor numere naturale se mărește: apar numere de trei cifre. Ca urmare, regula de comparare trebuie extinsă la aceste numere.

Singurele noțiuni fracționare pe care le are copilul în clasa a II-a sunt cele de întreg, jumătate, doime, sfert, pătrime, treime și eventual zecime. Acestea sunt singurele noțiuni pe care, aducându-le în concret- prin imagini, jocuri- practică, el reușește să le abstractizeze și să le compare ca mărime.



Fracții egale

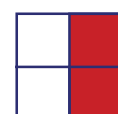
Fracțiile egale sunt definite ca fiind fracțiile ce reprezintă aceeași parte dintr-un întreg sau din întregi identici.

Această definiție nu poate fi asimilată de elevi decât prin intuirea unor situații particulare.

Astfel, se poate cere elevilor să plieze o foaie de hârtie dreptunghiulară astfel încât să obțină două părți la fel de mari, apoi să hașureze/coloreze într-un anumit mod, una dintre părți (deci, $1/2$).

Apoi se cere plierea aceleiași foi astfel încât să se obțină patru părți la fel de mari și să se hașureze/coloreze într-un alt mod, două părți (deci, $2/4$).

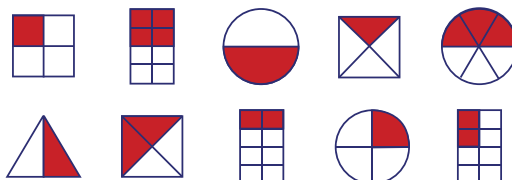
Se compară apoi părțile hașurate/colorate, constatându-se că reprezintă aceeași parte din întreg, motiv pentru care vor fi numite fracții egale și se va scrie $1/2 = 2/4$.

 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$

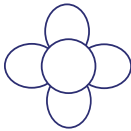
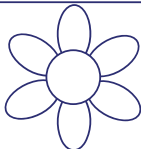
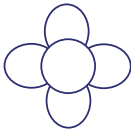
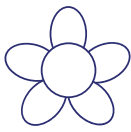
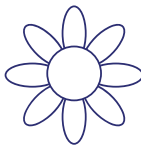
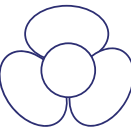
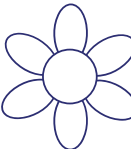
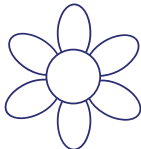
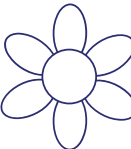
Activități și materiale didactice

Sortează fracțiile în jumătăți și sferturi.

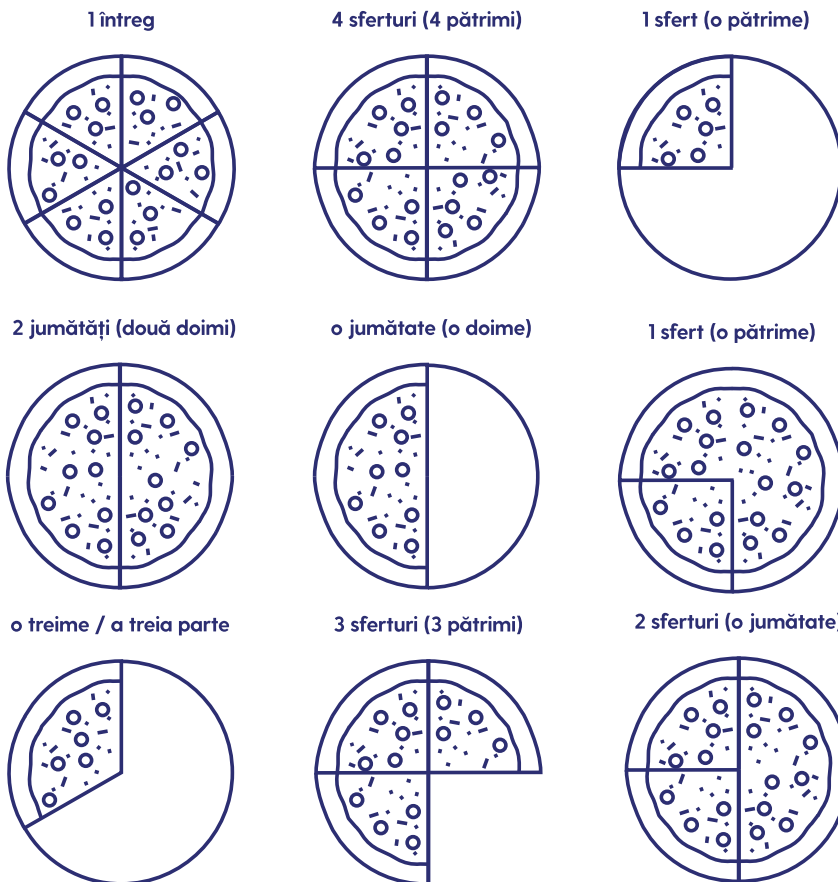
Jumătăți	Sferturi



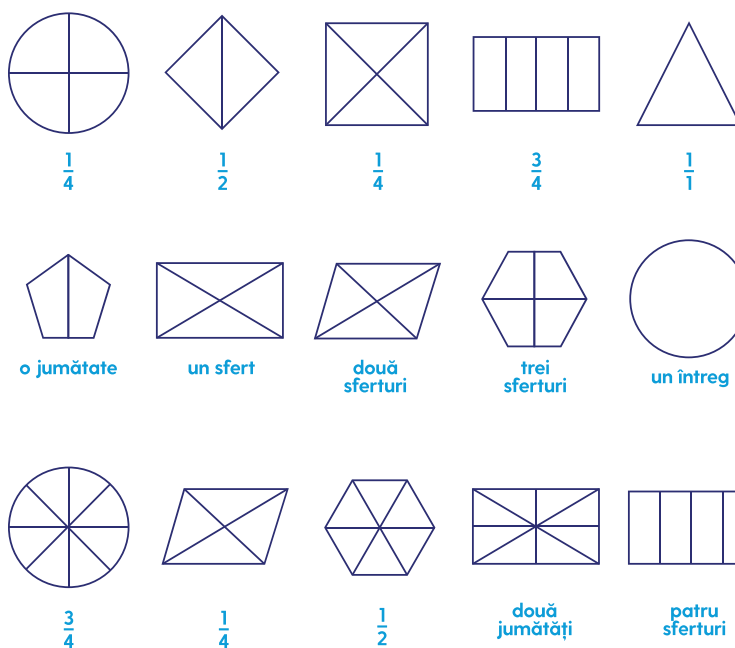
Colorează florile urmând instrucțiunile.

 <p>Colorează $\frac{1}{2}$ dintre petale cu galben și $\frac{1}{2}$ cu portocaliu.</p>	 <p>Colorează $\frac{1}{3}$ dintre petale cu verde și $\frac{1}{3}$ cu galben.</p>	 <p>Colorează $\frac{1}{4}$ dintre petale cu roșu și $\frac{3}{4}$ cu portocaliu.</p>
 <p>Colorează $\frac{2}{5}$ dintre petale cu albastru, $\frac{1}{5}$ cu roșu și $\frac{2}{5}$ cu roz.</p>	 <p>Colorează $\frac{1}{2}$ dintre petale cu mov și $\frac{1}{2}$ cu gri.</p>	 <p>Colorează $\frac{1}{3}$ dintre petale cu verde și $\frac{2}{3}$ cu albastru.</p>
 <p>Colorează $\frac{1}{2}$ dintre petale cu maro și $\frac{1}{2}$ cu portocaliu.</p>	 <p>Colorează $\frac{2}{3}$ dintre petale cu galben și $\frac{1}{3}$ cu roșu.</p>	 <p>Colorează $\frac{2}{6}$ dintre petale cu verde și $\frac{4}{6}$ cu portocaliu.</p>









<https://www.twinkl.ro/resource/ro-t-n-927-pizza-fractions-powerpoint-romanian>



Hașurează fracția indicată



Bibliografie

-  Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
-  Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
-  Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
-  Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar. Craiova: Editura Aius.
-  Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Iași: Ed. Polirom.
-  Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
-  Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf

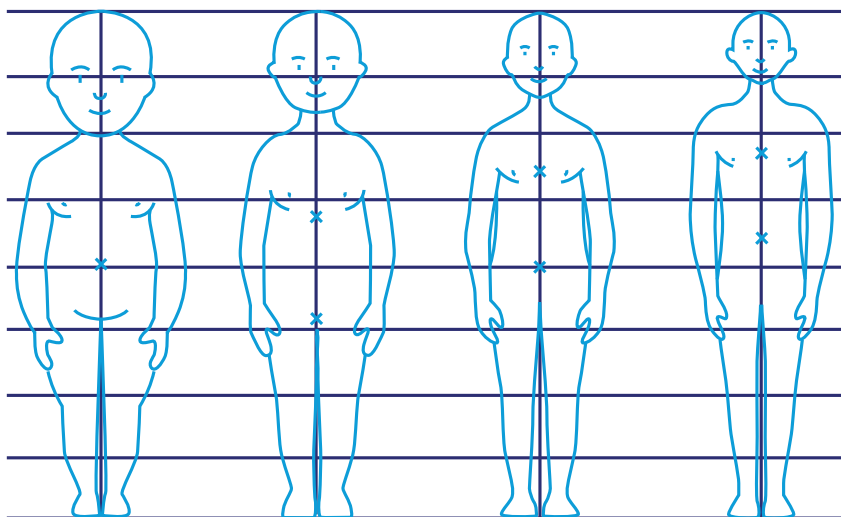
1.6. Gândirea proporțională

Sugestii metodice și activități

Proporționalitate: O aceeași măsură se poate exprima prin numere diferite, depinzând de unitatea folosită, iar aceste cantități sunt invers proporționale cu mărimea unităților (la o unitate de 2 ori mai mare, corespunde o măsură de 2 ori mai mică).

Proporțiile le putem explica copiilor din ciclul școlar mic, cel mai ușor, cu ajutorul propriului corp, când le putem arăta cum se modifică proporțiile corpului de la naștere până la vârsta maturității și, astfel, pot folosi informațiile la orele de matematică, când sunt necesare la diverse măsurători neconvenționale, cât și la orele de arte vizuale, când învață cum să deseneze oamenii, corect și proporțional cu vârsta.

Proporțiile figurii copilului variază în funcție de vârstă și sex; sunt diferite la copii chiar și în cadrul aceluiași sex și grup de vârstă. Proporțiile corpului se modifică semnificativ odată cu vârsta (vezi Figura 1).



Modificări legate de vârstă în proporțiile cifrelor copiilor (a - nou-născuți, b - copii de doi ani, c - copii de șase ani, d - copii de doisprezece ani)

Modificările apar în principal datorită scăderii dimensiunii relative a capului și trunchiului și creșterii lungimii relative a membrilor. Modificările legate de vârstă constau și într-o schimbare bruscă a raporturilor dintre părțile individuale ale corpului. De exemplu:










- Înălțimea capului unui adult este de două ori mai mare decât a unui nou-născut,
- În timp ce lungimea corpului și a trunchiului este de mai mult de trei ori,
- Brațele sunt de patru ori, picioarele sunt de aproape cinci ori,
- Circumferința capului crește de numai 1,5 ori, iar circumferința pieptului de 3 ori,
- Centrul figurii este buricul,
- Lățimea umerilor este egală cu jumătatea circumferinței șoldurilor,
- Mărimea capului intră de 3 ori în corp la naștere și de 7 ori la vârsta maturității sau înălțimea capului unui nou-născut este de $1/4$ din lungimea corpului și la adulți - $1/8$.

Ca activități puteți desena manechini (atât copii, cât și adulți) pe care îi puteți îmbrăca apoi cu diverse materiale: semințe, floricele, petale, stickere, notițe colorate, scoici, pietricele, orice material aveți la îndemână.

Cu ce mai putem explica noțiunile de rapoarte și proporții sunt jocurile de construit tip lego, unde copilul poate vedea clar de câte ori „intră” o piesă mică într-o piesă mare, pentru că poate număra câte bucăți mici construiesc bucata mare.

Există numeroase jocuri pe care să le cumpărați sau puteți să construiți împreună jocuri care să vă ajute să descoperiți fracțiile, proporțiile sau rapoartele. Vă ajută, de exemplu, să feliati o pizza în 8, 4, 2 să poată înțelege proporționalitatea.

Bibliografie

-  Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa
<https://www.manuale.edu.ro/>
-  Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
-  Iosub, B. (1957). Aritmetica recreativă. București: Ed. Tineretului.
-  Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
-  Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar. Craiova: Editura Aius.
-  Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Iași: Ed. Polirom.
-  Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
-  Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf

1.7. Tipare numerice și noțiuni de algebră



6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE
Continuarea și generalizarea tiparelor
<p>Reprezintă modele de creștere în care diferența dintre fiecare termen succesiv este constantă folosind materiale concrete, rezumând modelul numeric (de exemplu, construiește un model folosind materiale concrete, cum ar fi scobitori, apoi rezumă numărul de scobitori utilizate ca 4, 7, 10, 13 ...).</p> <p>Descrie reguli pentru continuarea modelelor de creștere în care diferența dintre fiecare termen succesiv este aceeași (de exemplu, pentru a determina următorul număr din modelul 3, 6, 9, 12 ... adăugați 3; pentru 20, 15, 10 ... regula este descrisă deoarece fiecare termen este generat prin scăderea a cinci din termenul anterior).</p>
Gândire relațională
<p>Folosește semnul egal pentru a reprezenta „este echivalent cu” sau „este la fel ca” în propoziții numerice (de exemplu, când i se cere să scrie o expresie care este echivalentă cu $5 + 3$, elevul răspunde $6 + 2$ și apoi scrie $5 + 3 = 6 + 2$).</p> <p>Rezolvă propoziții numerice care implică necunoscute folosind relația inversă dintre adunare și scădere (de exemplu, $3 + ? = 5$ și știind $5 - 3 = 2$ atunci ? trebuie să fie 2).</p>

7 - 8 ANI CLASA 1	8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Generalizarea tiparelor	
<p>Reprezintă modele de creștere în care fiecare termen succesiv este determinat prin înmulțirea termenului anterior cu o constantă, folosind materiale concrete, apoi rezumă modelul numeric (de exemplu, construiește un model folosind materiale concrete, cum ar fi plăci, apoi rezumă modelul ca 2, 6, 18, 54 ...).</p> <p>Descrie reguli pentru tiparele continue în care fiecare termen succesiv este găsit prin înmulțirea sau împărțirea termenului anterior cu același factor (de exemplu, pentru a determina următorul termen din tiparul 1, 3, 9, 27 ... înmulțiți cu 3).</p>	
Gândire relațională	
<p>Folosește gândirea relațională pentru a determina valorile lipsă dintr-o propoziție numerică (de exemplu, $6 + ? = 7 + 4$).</p> <p>Folosește propoziții numerice echivalente care implică adunarea sau scăderea pentru a calcula eficient sau pentru a găsi o necunoscută (de ex. $527 + 96 = ?$ este același cu $527 + 100 - 4 = ?$; Dacă $6 + ? = 8 + 3$, atunci după cum știi $8 = 6 + 2$, pot scrie $8 + 3$ ca $6 + 2 + 3$, care este același cu $6 + 5$, deci „?” este 5).</p> <p>Rezolvă propoziții numerice care implică necunoscute folosind relația inversă dintre înmulțire și împărțire (de exemplu, pentru a determina numărul lipsă în $2 \times ? = 10$ știind că $10 \div 2$ este egal cu cinci, atunci ? trebuie să fie cinci).</p>	

Sugestii metodice și activități

Înțelege familiile adunare/scădere. Aceste familii sunt grupuri de trei numere legate între ele. $4+3=7$, $7-3=4$, $7-4=3$, ca atare, numerele 4, 3 și 7 sunt considerate familii de noțiuni, având o relație între ele.

Creează concepte bazate pe numere prin numărarea din 2 în 2, din 5 în 5 și din 10 în 10 până la 100, înainte și înapoi. Acest lucru ajută copilul să înțeleagă că numerele au anumite proprietăți și cum acestea se leagă. Dacă copilul poate număra: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, etc, atunci $5 \times 7 = 35$, va fi privit ca o schemă logică. Aceste modele pot deveni mai ușor de vizualizat prin folosirea lui 100 ca referință. De asemenea, îi poți pune să completeze fișe goale, verificând ulterior acuratețea.

-  Puzzle-urile, cuburile Rubick sau cu piese lego. Orice astfel de joc care implică mișcări de rotație sau de apreciere a dimensiunilor și formelor variate îl ajută pe copil să transforme această experiență în raționament matematic.
-  Mediul înconjurător oferă nenumărate posibilități de utilizare a numerelor. Numerele de la casă sau de la pantofi sunt doar două exemple în acest sens, ca să nu mai vorbim de poveștile gen "Alba ca Zapada și cei șapte pitici".

O zece este formată din zece unități

11 (o zece și o unitate)

14 (o zece și patru unități)

12 (o zece și două unități)

15 (o zece și cinci unități)

13 (o zece și trei unități)

16 (o zece și 6 unități)

Pentru a înțelege mai bine, puteți să formați o zece din nasturi, o zece din covrigei, o zece din jeleuri etc.

Puteți să exersați numărătoarea ca la pititea: o zece, două zeci, trei zeci, patru zeci, cinci zeci, șaizeci, șaptezeci, optzeci, nouăzeci, o sută.

Jocul de cărți Război se joacă folosind cărțile de joc. Cărțile se amestecă și se împart în mod egal la toți jucătorii. Fiecare jucător dă pe rând câte o carte. Cel cu numărul cel mai mare câștigă și ia cărțile. Dacă se întâmplă să dea doi jucători o carte cu același număr (Ex.4), fiecare trebuie să dea atâtea cărți cât indică numărul de pe carte (adică 4 cărți). Cel care a dat a patra carte cu numărul mai mare câștigă „războiul”. Se exersează numerele și comparația: mai mare, mai mic, egal. Câștigă jocul, cel care reușește să adune toate cărțile.

- Câte roșii am aici? Câte aș avea dacă tu ai mânca una chiar acum?
- Cum ar arăta jumătate din castravete?
- Cum aș putea împărți aceste fructe în mod egal?

- Câte cărți vei împărți pentru fiecare?
- Cât trebuie să plătim pentru ceea ce avem în coș?

Le plac animalele? Provoacă-i să exploreze câte animale se află într-o grădină zoologica. Le plac jocurile de rol? Jucăți-vă de-a magazinul și cumpărăturile. Le plac camioanele de pompieri? Aflați împreună cât de grele sunt sau câtă apă pot pompa pe minut. Dar, jocurile video? Dacă da, provoacă-i să-și înregistreze rezultatele într-un tabel sau pe un grafic.

Acestea sunt toate modalități ingenioase de a face ca matematica să fie atractivă pentru cei mici, încă de la vârstă mică.

Iată o modalitate excelentă de a învăța ceva – predând. Astfel, copiii își pot consolida cunoștințele, iar activitatea va fi tare interactivă pentru ei pentru că se vor transforma în „profesori”. Asta o să-i amuze, dar o să-i și ajute să învețe mai ușor la matematică, să repete și să exerseze.

De asemenea, vor fi stimulați să învețe să explice ceea ce au învățat, iar asta ajută la fixarea cunoștințelor. Când vă confrunțați cu o întrebare la care nu poți răspunde, spune copilului că te-ai blocat și provoacă-l pe el să descopere soluția și să ți-o explice și ție.

Jucați boardgame-uri, gătiți împreună (și folosiți unitățile de măsură), folosește-te de sport (cum ar fi fotbal) ca să explici copilului unele concepte matematice, citește cărți care îi ajută pe copii să-și dezvolte abilitățile matematice, folosiți grafice pentru liste de to-do, jucați ceva interesant înainte de a începe temele la matematică.

- ☆ **Joacă jocuri matematice online.** Există multe site-uri minunate care oferă jocuri de matematică pe calculator pentru fiecare grad și interes. Îl provocați la jocuri care utilizează un cronometru pentru a vedea câte probleme de matematică - cum ar fi probleme simple de adăugare - pe care un copil le poate face într-un număr fixat de minute. Oferiți un premiu la sfârșit, cum ar fi să alegeți jocurile de familie pentru următoarea [noapte de joc de familie](#).
- ☆ **Joacă jocuri de matematică în bucătărie.** Discutați despre concepte cum ar fi dublarea ingredientelor într-o rețetă sau tăierea unei rețete pe jumătate. Vorbiți despre concepte cum ar fi mai mult, $1/2$ dintr-o ceașcă sau $1/4$ dintr-o ceașcă.
- ☆ **Joacă jocuri de matematică în [mașină](#).** Indiferent dacă faceți o călătorie lungă sau că purtați pur și simplu la școală sau la fotbal, puteți juca cu numere în mașină. Deoarece elevii de clasa întâi trebuie să-și învețe numerele, puteți să jucați numărul și să puneți copilul să țină evidența numărului de numere pe care le poate vedea pe fereastră pe semne de stradă, vitrine, case și multe altele.

- ☆ **Jocuri de matematică la [magazinul alimentar](#)**. Uitați-vă cu grijă la prețuri și vedeți care dintre acestea sunt mai mari. Copiii mai în mari vor putea calcula valoarea reală, analizând prețul pe greutate al unui articol, dar copiii mai mici pot compara ușor doar prețurile. Solicitați-i să adauge anumite elemente, cum ar fi merele și portocalele, pentru a vedea câte bucăți de fructe le cumpărați.
- ☆ **Numără obiectele/lucrurile, în funcție de context**. De exemplu, copilul are un tricou, în momentul acela, cu nasturi. Îi puteți număra împreună! Un alt exemplu ar fi cel în care mergeți la cumpărături. Poate aveți poftă de portocale, iar cu ocazia asta cel mic poate număra câte portocale vreți să între într-o pungă. Important este să începeți cu numere mici, cel mult cinci obiecte/lucruri pentru ca, ulterior, să se adauge încă câteva în plus, până când copilul se va obișnui.
- ☆ **Numărați monede**. Fiecare dintre noi ținem într-o pușculiță restul pe care îl primim în urma cumpărăturilor. Lasă-l pe cel mic să numere câte monede sunt în pușculiță. Ca să fie mai interesant, poate număra așezând monedele fie într-un cerc, fie pe rânduri.
- ☆ Citește și [De ce și cât să îl implici în activitățile extracurriculare](#).
- ☆ **Găsiți perechile!** Dacă cei mici au dificultăți privind numărul, puteți găsi obiecte care au frați și surori, cum ar fi: ceștile de ceai, lingurile, furculițele, figurinele în formă de animăluțe, etc.
- ☆ **Înțelegerea spațiului și a geometriei**. Copiii pot recepta mai bine noțiuni despre spațiu și geometrie dacă vor avea la îndemână jocuri care presupun construire de piese.
- ☆ **Identificați formele care apar prin clasă**. Este un joc simplu care îi ajută pe cei mici să identifice formele obiectelor din clasa voastră: cercuri, triunghiuri, dreptunghiuri s.a. Dă-le voie să explice cum au diferențiat fiecare formă de cealaltă.
- ☆ **Povestiți despre locul ilustrațiilor dintr-o carte**. Dacă citiți o carte de povești, folosiți-vă de limbajul spațiului pentru a găsi diferitele ilustrații din carte. De exemplu, poți întreba unde este luna sau unde sunt copacii sau locul animăluțelor în poze.
- ☆ Citește și [Cele mai interesante jocuri și jucării pentru un școlar](#).
- ☆ **Puteți realiza o hartă a propriei voastre clase**. Cei mici pot practica limbajul spațiului prin realizarea unei hărți a clasei sau a grădinii. Întreabă-i unde se află ferestrele, unde este poziționată ușa sau toaleta.

Unitatea de măsură

- ☆ Există multe forme de măsurare pe care copilul le va afla prin jocuri, cum ar fi greutatea, înălțimea, mărimea, cantitățile etc.
- ☆ **Lasă-l să măsoare atunci când gătești sau faceți prăjituri**. Poate măsura cu ce are la îndemână, indiferent că folosește o ceașcă pentru cafea, lingura sau lingurița. De asemenea, îi poți spune să îți pregătească o jumătate de ceașcă de făină sau jumătate de lingură de pudră pentru a-l familiariza cu fracțiile.

- ☆ **Ghicește greutatea într-un supermarket.** Când mergeți la cumpărături împreună, poți lua în mâini două alimente/fructe/legume diferite și întreabă-l care este mai greu/mai ușor.
- ☆ **Comparați-vă mărimea pantofului.** Pune piciorul alături de piciorul copilului și întreabă-l care e mai mare sau mai lung. Puteți avea lângă voi inclusiv un obiect de măsurat pentru a găsi deosebirile dintre voi, mai scrie Parents.
- ☆ **Formați serii, adică aranjați obiecte crescător sau descrescător, în funcție de mărime. Selectați și formați perechi sau grupuri de obiecte.** De exemplu, îl poți ruga pe copil să formeze perechi de șosete de aceeași mărime și culoare atunci când strângi rufele de pe sârmă și le împachetezi sau poți juca jocuri în care copilul trebuie să descopere perechi de obiecte. Iată două exemple: „Potrivește mănușile” și „Joc cu înghețate”. Sau selectați obiectele de aceeași culoare sau de aceeași mărime.
 - **Grupați obiecte.** Poți împărți 15 bile în grupuri de câte 5 sau de câte 3 și apoi îl poți ruga pe copil să numere câte bile sunt în total. Astfel, îl pregătești pentru tabla înmulțirii.
 - **Decupați numerele dintr-un ziar** și grupați-le după mărime, după font, după culoare sau așezați-le în ordine crescătoare.
 - Realizați un portret/tablou din numere.
 - Gatiți împreună urmărind măsurătorile propuse în rețeta.
 - **Măsurați distanțe sau obiecte** folosind unități de măsură neconvenționale. De exemplu, masa poate avea o lungime echivalentă cu 7 palme. Cântăriți diferite obiecte și comparați-le. Întreabă-l pe copil care crede că este mai greu și apoi verificați cântărindu-le pe fiecare.

Fibonacci în natură. O explorare matematică pentru copii



Una dintre cele mai interesante modalități de a le arăta copiilor matematica în lumea reală este să îi familiarizați cu Fibonacci în natură.

Fibo...ce?? ați putea întreba.

Șirul lui Fibonacci este o serie de numere care urmează un tipar matematic atât de simplu, încât și un copil de clasa I îl poate înțelege. Iată cum funcționează...

Priviți seria de mai jos:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...

Pentru a forma tiparul, începeți prin a scrie de două ori consecutiv cifra 1. Adunați pentru a obține 2. Însumați apoi ultimele două cifre: $1+2=3$.

Continuați să adunați ultimele două numere din serie pentru a afla următorul număr.

Acestea formează celebrul șir al lui Fibonacci – un grup de numere care apar în mod misterios peste tot în natură: în numărul petalelor florilor, în structura fructelor și a legumelor, în forma captivantă a spiralelor din natură și chiar în proporțiile corpului uman.

Cel care a observat și a scris pentru prima dată despre acest tipar din lumea naturală a fost matematicianul Leonardo Pisano Bigollo, cunoscut și sub numele de Leonardo din Pisa ori Fibonacci (Fibonacci înseamnă „fiul lui Bonaccio”), care a trăit în Italia, în perioada Evului Mediu (1180 – 1250).

Să aruncăm o privire la cum apar numerele Fibonacci în natură!



Una dintre cele mai simple căi de a explora numerele Fibonacci este să numărați petalele florilor. Cel mai adesea veți găsi 5, 8, 13, 21 sau 34 de petale.

Floarea-soarelui este deosebit de interesantă deoarece exprimă numerele lui Fibonacci în mai multe feluri. Numărați petalele florii-soarelui și cel mai probabil veți găsi 21, 34 sau 55.

Dacă priviți centrul florii, veți observa un model cu spirale orientate în două direcții, care se intersectează. Iar dacă aveți răbdare să și numărați spiralele, veți găsi mereu un număr Fibonacci. Spiralele orientate în direcția opusă vor corespunde unui număr Fibonacci adiacent. Astfel, dacă vom găsi 34 de spirale spre dreapta, cele spre stanga vor totaliza fie 21, fie 55.

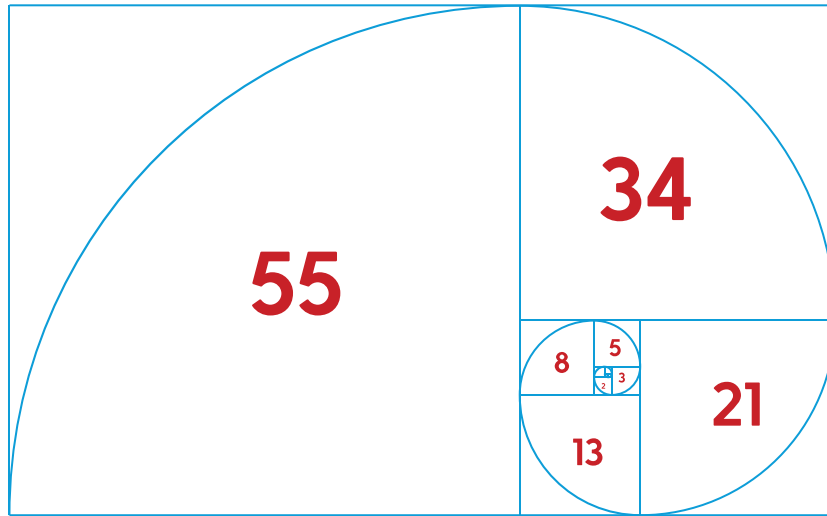


Există și alte elemente vegetale care au modele dublu-spiralate, cum ar fi conurile de brad, coaja de ananas, centrul margaretelor și floarea de anghinare.

Spiralele simple care se desfășoară după șirul lui Fibonacci se regăsesc la cochiliile de melci, ferigi, căluțul-de-mare, floarea de trandafir, dar și în forma tornadelor și a galaxiilor.











Cum puteți desena o spirală Fibonacci? Pe un caiet de matematică, trasați un pătrat cu latura de 1. Apoi încă unul identic, lipit de primul. Continuați, trasând pătrate cu latura de 2, 3, 5, 8 s.a.m.d. Fiecare pătrat va avea latura cât suma celor două de dinaintea lui.

Odată ce ați desenat pătratele pe toată suprafața paginii, trasați o spirală după cum puteți vedea în imaginea de mai jos.



Este o experiență magică pentru copii să exploreze plante, conuri de brad, ghinde, cochilii și alte elemente naturale în care se regasește șirul lui Fibonacci. Aceste forme îi pot inspira cu ușurință să creeze picturi sau colaje spectaculoase.

Bibliografie

-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>
-  <https://www.mathema.ro/>
-  ro.pinterest.com
-  <https://www.rei.plus/>
-  Standardele de dezvoltare ale copilului de la 0 la 7 ani- Uniunea psihologilor din Romania

1.8. Înțelegerea banilor

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE
Bani echivalenți
<p>Înțelege că sistemul monetar român include atât monede, cât și bancnote și modul în care acestea sunt legate (de exemplu, grupează bani pe baza valorii sale monetare).</p> <p>Determină valoarea echivalentă a bancnotelor folosind orice combinație de monede.</p> <p>Reprezintă diferite valori ale banilor în mai multe moduri.</p>

7 - 8 ANI CLASA 1
Numărarea banilor
<p>Numără o colecție mai mare de monede făcând grupuri (de exemplu, numără monedele dintr-o cutie de bani prin sortarea pieselor în grupuri de 1 RON).</p> <p>Determină suma de bani dintr-o colecție, inclusiv bancnote și monede, folosind principiile de numărare de bază și forma standard de a scrie lei și bani în format zecimal, cu două zecimale.</p>

8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Adunarea și scăderea banilor. Restul
<p>Calculează costul total al mai multor articole diferite în lei și bani.</p> <p>Ține cont de modificarea necesară pentru tranzacțiile simple până la cei mai apropiați 5 bani.</p> <p>Calculează modificarea, la cinci bani, după o achiziție folosind strategii aditive.</p> <p>Determină condițiile pentru un profit sau o pierdere la o tranzacție.</p>

Sugestii metodice

La vârsta de 6-7 ani să știe:

- ✿ Recunoașterea bancnotelor de 1 leu, 5 lei, 10 lei, 50 lei, 100 lei;
- ✿ Recunoașterea monedelor de 1 ban, 5 bani, 10 bani, 50 de bani;
- ✿ schimbarea unui grup de monede/bancnote cu altul având aceeași valoare;
- ✿ Punerea în corespondență: 1 leu → o pâine; 1 leu → o acadea etc; 5 lei → 1 suc; 5 lei → o revistă;
- ✿ Negocierea unor schimburi de obiecte echivalente valoric (troc);
- ✿ Echivalarea ca valoare a unor grupuri de obiecte cu un singur obiect (3 creioane ≈ 1 pix);
- ✿ Calcularea costurilor (și a profitului, în cazul vânzării) unor obiecte confecționate de copii (de Crăciun, Paște, Ziua femeii, Marțișor, unde să stabilească prețul de vânzare 1,2, 3, 5, 10 lei);
- ✿ Estimarea bugetului necesar pentru atingerea unui scop.

La vârsta de 7-9 ani să știe:

- ✿ Recunoașterea bancnotelor de 1 leu, 5 lei, 10 lei, 50 lei, 100 lei, 200 lei, 500 lei;
- ✿ Schimbarea unui grup de monede/bancnote cu o bancnotă/ un alt grup de bancnote sau monede având aceeași valoare;
- ✿ Adunarea și scăderea în limitele 0-1000, folosind bancnotele și monedele învățate;
- ✿ Implicarea copiilor în experiențe în care să decidă singuri dacă pot/nu pot cumpăra un obiect cu suma de bani de care dispun;
- ✿ Compararea unor sume de bani compuse din monede și bancnote diferite.

Este vârsta potrivită să-i învățăm cum se cheltuiesc banii, dar, deopotrivă cum se câștigă.

Implicarea copiilor în experiențe în care să decidă singuri dacă pot/nu pot cumpăra un obiect cu suma de bani de care dispun – Exemplu: „Dacă pot cumpăra peștișori pentru acvariul școlii și hrană pentru aceștia.”

Participarea la jocuri - Schimbul de cartonaș

Activități și materiale didactice

Clasa pregătitoare și clasa I

- ☆ Jocuri: Schimbul de cartonașe (ex.: un cartonaș cu animale valorează cât două cu fotbaliști);
- ☆ Calcularea costurilor (și a profitului, în cazul vânzării) unor obiecte confecționate de copii
ex: pentru un măștișor pe care îl vindem cu 2 lei, costul cu materialele a fost 1 leu, care este profitul?;
- ☆ Adunarea și scăderea în limitele 0-100, folosind bancnotele și monedele învățate;
ex: Dacă cumpăr un suc și i-am dat vânzătoarei o bancnotă de 10 lei, iar ea îmi dă înapoi o bancnotă de 5 lei și una de 1 leu, cât a costat sucul?
- ☆ Implicarea copiilor în experiențe în care să decidă singuri dacă pot/nu pot cumpăra un obiect cu suma de bani de care dispun;
ex: jocuri la magazin, unde avem înșiruite mai multe produse spre vânzare;
- ☆ Jocuri de utilizare a banilor: la piață, la librărie, la chioșc, la magazin;
- ☆ Rezolvarea unor probleme legate de stabilirea unui buget pentru un scop precis;
ex: organizarea petrecerii de ziua mea pentru 10 copii invitați.
- ☆ Estimarea bugetului necesar pentru atingerea unui scop (exemplu prima excursie sau o ieșire cu colegii la pizza sau petrecerea de la sfârșitul semestrului);
ex: o excursie cu autocarul la Grădina zoologică și apoi mergem să mâncăm o pizza.

Clasa a II-a

- ☆ Creștem nivelul de dificultate al jocurilor;
- ☆ Schimbarea unui grup de monede/bancnote cu o bancnotă/ un alt grup de bancnote sau monede având aceeași valoare;
ex: Cum pot schimba o bancnotă de 10 lei în mai multe monede și bancnote de valoare mai mică? Rezolvați în 2 moduri.
- ☆ Adunarea și scăderea în limitele 0-1000, folosind bancnotele și monedele învățate;
- ☆ Implicarea copiilor în experiențe în care să decidă singuri dacă pot/nu pot cumpăra un obiect cu suma de bani de care dispun;
ex: dorești să cumperi o tabletă și ai mai multe oferte de la mai mulți comercianți. Cum fac alegerea și de câți bani am nevoie?
- ☆ Rezolvarea unor probleme de cheltuieli/ buget/ cumpărături, oral și scris, folosind adunarea și /sau scăderea, înmulțirea, împărțirea;
ex: plec împreună cu părinții și fratele cel mic 3 zile la Sinaia. Cazarea pentru o persoană/zi costă 50 de lei, masa pentru o persoană/zi costă 100 de lei. Cât costă excursia în total dacă vom sta 3 zile, iar carburantul a costat dus 200 de lei.
- ☆ Jocuri: „Schimbul de cartonașe”, „La cumpărături”, „În excursie”;

Ce activități pot face părinții acasă pentru a consolida cunoștințele dobândite ale copilului?

5-8 ani – A CÂȘTIGA

Explicați-i: Banii îi câștigăm muncind sau prestând servicii.

Învățați-l:

1. Poți câștiga bani muncind.
2. Poți face diverse lucruri, ca de exemplu să duci gunoiul, în schimbul banilor.
3. Puneți banii într-o pușculiță (recomandare: pușculița să fie transparentă, să fie un borcan, eventual), să vadă cum se strâng banii acolo, în timp.

6-10 ani – A CHELTUI

Explicați-i: Folosește banii să cumperi ceva.

Învățați-l:

Luăți-l cu dvs. la cumpărături și dați-i 10 lei să cumpere ceva din lista de cumpărături.

Discutați cu el cum să aleagă între brandurile mai scumpe și cele mai ieftine, dar să rămână în buget.

Cere-i să schimbe niște bani la casă.

Bibliografie

- 📖 Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
- 📖 Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa <https://www.manuale.edu.ro/>
- 📖 Ana, D., Logel, D., Ana, M.L., Stroescu-Logel, E. (2017). Metodica predării matematicii pentru învățământul primar, după noua programă. Pitești: Ed. Carminis.
- 📖 Iosub, B. (1957). Aritmetica recreativă. București: Ed. Tineretului.
- 📖 Magdaș, I., Vălcan, D. (2007). Didactica matematicii în învățământul primar și preșcolar. Cluj-Napoca: Casa Cărții de Știință.
- 📖 Neacșu, I., Găleteanu, M., Predoi, P. (2001). Didactica matematicii în învățământul primar. Craiova: Editura Aius.
- 📖 Neagu, M., Mocanu, M. (2007). Metodica predării matematicii în ciclul primar. Ed. Polirom.
- 📖 Roșu, M. (2006). Didactica matematicii în învățământul primar. MEC: Proiectul pentru învățământul rural.
- 📖 Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
- 📖 Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 📖 www.twinkl.com
- 📖 www.emalascoala.ro
- 📖 www.clasamea.eu
- 📖 www.wordwall.net
- 📖 <https://es.liveworksheets.com>
- 📖 <https://www.mathema.ro/>
- 📖 <https://www.rei.plus/>
- 📖 <https://latimp.net/>
- 📖 <https://mquest.ro/>

2. Măsurători și geometrie

2.1. Înțelegerea unităților de măsură

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE	7 - 8 ANI CLASA 1	8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Măsurarea prin repetarea unei singure unități nestandardizate de măsură		
<p>Măsoară lungimea folosind o singură unitate informală în mod repetat (de exemplu, folosește o agrafă pentru a măsura lungimea unei linii, făcând prima unitate, marcându-i locul, apoi deplasând agrafa de-a lungul liniei și repetă acest proces).</p> <p>Compară suprafața a două sau mai multe forme folosind o singură unitate de măsură informală în mod repetat (de exemplu, folosind o coală de hârtie pentru a măsura suprafața unui desktop).</p> <p>Măsoară un atribut (masă, lungime sau volum) numărând numărul de unități utilizate.</p>	<p>Utilizează unele măsuri neconvenționale pentru determinarea și compararea capacităților și a lungimilor.</p> <p>Identifică unitățile de măsură uzuale pentru lungime, capacitate (centimetrul, litrul) și instrumentele adecvate.</p>	<p>Utilizează unele măsuri neconvenționale pentru determinarea și compararea maselor, lungimilor și capacităților.</p> <p>Identifică și utilizează unitățile de măsură uzuale pentru lungime, capacitate, masă (metrul, centimetrul, litrul, mililitrul, kilogramul, gramul) și unele instrumente adecvate.</p>

Sugestii metodice

MĂSURAREA: FUNDAMENTE PSIHOLOGICE

Bazele fundamentelor psihologice ale măsurării au fost puse de către J. Piaget, care considera că există o legătură strânsă între dezvoltarea înțelegerii spațiului și înțelegerea măsurării/ măsurii. În concepția lui Piaget, înțelegerea măsurării nu este unitară, ci presupune restructurări mentale succesive asupra spațiului.

Mergând pe aceeași idee, R. Lehrer (2003) descrie dezvoltarea conceptuală a măsurării ca „schimbarea/ evoluția într-o rețea de idei despre măsurare”. El enumeră opt componente care oferă o bază pentru această rețea:

- ☆ **Unitatea de măsură:** Aceasta presupune stabilirea/identificarea unei corespondențe între obiectul măsurătorii (adică ceea ce trebuie măsurat) și unitatea de măsură.
- ☆ **Iterare:** Presupune înțelegerea faptului că unitatea de măsură poate fi divizată în părți congruente/ egale și poate fi translatată.
- ☆ **Acoperire:** Aceasta presupune că unitățile de măsură trebuie să umple liniile, suprafețele plane, volumele sau unghiurile. Altfel spus, în măsurare nu trebuie lăsate spații între unitățile de măsură, sau între subdiviziunile acestora.
- ☆ **Unități identice:** Dacă folosim unități identice, măsurarea se face prin numărare; unitățile „mixte” trebuie menționate explicit (de exemplu, lungimea este „5 metri și 3 decimetri”, nu „8”).
- ☆ **Standardizare:** Presupune înțelegerea faptului că standardizarea unităților de măsură facilitează comunicarea rezultatului măsurătorii.
- ☆ **Proportionalitate:** O aceeași măsură se poate exprima prin numere diferite, depinzând de unitatea folosită, iar aceste cantități sunt invers proporționale cu mărimea unităților (la o unitate de 2 ori mai mare, corespunde o măsură de 2 ori mai mică).
- ☆ **Aditivitate:** o mărime poate fi împărțită în mai multe mărimi, iar suma măsurilor acestora este măsura mărimii inițiale;
- ☆ **Origine:** Măsurarea presupune, de regulă, fixarea unei scale, ce înseamnă identificarea punctului 0 (originea).

Lehrer consideră că dezvoltarea unui sens al măsurării de către copii presupune evoluția graduală și consolidarea acestor opt componente.

MĂSURARE ȘI MĂSURĂ: CLARIFICĂRI CONCEPTUALE

De-a lungul timpului, termenul de mărime a fost definit în diverse moduri. Într-o accepție mai largă, prin mărime se înțelege tot ceea ce poate fi mai mare sau mai mic, adică tot ceea ce poate varia cantitativ. În același timp, mărimea poate fi privită ca o proprietate a corpurilor

și a fenomenelor, în baza căreia acestea pot fi comparate (dimensiune, întindere, volum, cantitate, durată, valoare).

O importanță deosebită prezintă în activitatea practică acele mărimi care pot fi evaluate cantitativ și se pot exprima valoric, ca urmare a posibilității de a fi asociate, în raport cu mărimi de referință de aceeași natură, cu un șir numeric. Astfel de mărimi sunt mărimi fizice. Mărimile fizice caracterizează proprietățile fizice ale materiei (masă, volum, densitate) sau mișcarea materiei în spațiu și timp (viteză, timp, distanță parcursă). Caracteristica principală a mărimilor fizice este că sunt măsurabile, adică se pot detecta și evalua cu un mijloc de măsurare oarecare.

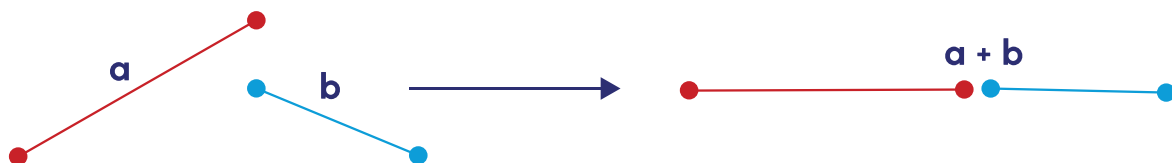
Noțiunea de mărime este, de fapt, o noțiune fundamentală (ca și cea de mulțime) și, în consecință, se introduce fără a-i da o definiție, înțelegerea fiecărei mărimi făcându-se pe bază de exemple. Mărimile abordate începând cu clasa I sunt: lungimea, volumul (capacitatea vaselor), masa, timpul și valoarea.

A măsura o mărime oarecare înseamnă a compara dimensiunea unui obiect (din punctul de vedere al mărimii respective: lungime, masă ș.c.l.) cu dimensiunea altui obiect de același fel, considerată ca unitate de măsură.

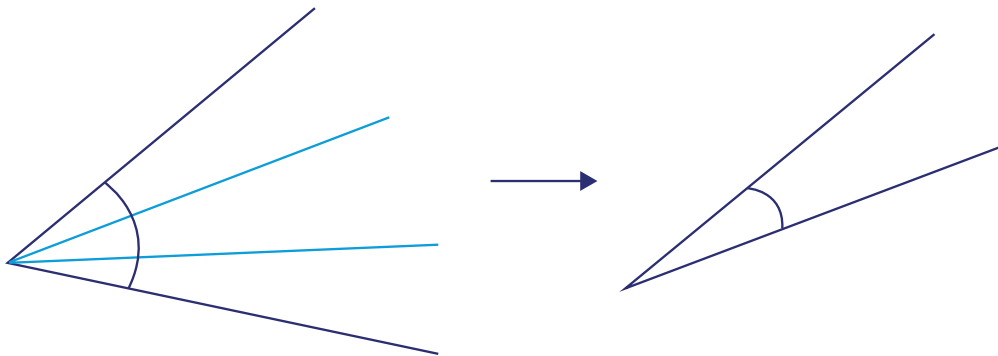
Prin operația de măsurare se stabilește un raport numeric între mărimea de măsurat și unitatea de măsură. Astfel, măsura reprezintă numărul care arată de câte ori se cuprinde etalonul în dimensiunea obiectului respectiv. De exemplu, a măsura lungimea unui obiect echivalează cu a o compara cu lungimea unui alt obiect, pe care o vom considera drept unitate de măsură. Măsura reprezintă numărul care arată de câte ori se cuprinde etalonul (unitatea de măsură) în lungimea obiectului considerat.

Matematica modernă se construiește punând la baza sistemelor sale axiomatice noțiunile de mulțime și de număr. Numărul natural a apărut în mod firesc, pentru a caracteriza mulțimile discrete și finite. În geometrie însă, lucrăm cu mulțimi continue și infinite: segmente, curbe, suprafețe plane, corpuri spațiale, unghiuri. Caracterizarea numerică a acestora a condus, de-a lungul timpului, la apariția unor alte tipuri de numere, prin intermediul operației de măsurare.

În general, mărimile pe care le măsurăm în matematică sunt aditive: asta înseamnă că, dacă sunt date două „obiecte” geometrice, pentru care numerele asociate din punctul de vedere al mărimii alese sunt a și b , atunci putem găsi un nou „obiect”, de același fel, căruia i se asociază numărul $a + b$.



O altă proprietate a mărimilor cu care lucrăm în geometrie este omogenitatea: dacă unui „obiect” geometric i se asociază, din punctul de vedere al unei mărimi date, numărul v , iar n este un număr natural, atunci există un alt „obiect” de același fel, căruia i se asociază numărul n/v .



Pentru a măsura o mărime oarecare, este nevoie de o unitate de măsură. De-a lungul timpului, oamenii au ales diferite unități de măsură pentru mărimile măsurate: unele dintre acestea se regăsesc, din motive practice, doar în diverse etape istorice. Odată convenită o unitate de măsură, a măsura o mărime oarecare revine la a determina un raport. De exemplu, când spunem că o sală de clasă are lungimea de 5 metri, determinăm raportul între lungimea sălii și unitatea de măsură aleasă (în acest caz, metrul). Spunem că măsurarea se face prin cuprindere.

Măsurarea presupune deci două operații distincte: alegerea unei unități de măsură adecvate și compararea a ceea ce se dorește măsurat cu unitatea aleasă. În acest fel, asociem un număr mărimii date inițial.

În programele școlare apar următoarele competențe specifice referitoare la măsurare și măsură:

P	I	II	III	IV
Competența generală: Utilizarea unor etaloane convenționale pentru măsurări și estimări				
6.1. Utilizarea unor măsuri neconvenționale pentru determinarea și compararea lungimilor.	6.1. Utilizarea unor măsuri neconvenționale pentru determinarea și compararea capacităților și a lungimilor.	6.1. Utilizarea unor măsuri neconvenționale pentru determinarea și compararea maselor, lungimilor și capacităților.	4.1. Utilizarea unor instrumente și unități de măsură standardizate, în situații concrete.	4.1. Utilizarea unor instrumente și unități de măsură standardizate, în situații concrete, inclusiv pentru validarea unor transformări.
6.2. Utilizarea unor unități de măsură pentru determinarea/estimarea duratelor unor evenimente familiare.	6.2. Utilizarea unor unități de măsură pentru determinarea și compararea duratelor unor activități cotidiene,	6.2. Utilizarea unor unități de măsură pentru determinarea și compararea duratelor unor evenimente variate.		
6.3. Realizarea unor schimburi echivalente valoric folosind reprezentări neconvenționale în probleme-joc simple de tip venituri-cheltuieli, cu numere din centrul 0-31.	6.3. Realizarea unor schimburi echivalente valoric folosind reprezentări convenționale standard și nonstandard în probleme-joc simple de tip venituri-cheltuieli, cu numere din centrul 0-100.	6.3. Realizarea unor schimburi echivalente valoric prin reprezentări convenționale standard și nonstandard și prin utilizarea banilor în probleme-joc simple de tip venituri-cheltuieli, cu numere din centrul 0-1000.		
	6.4. Identificarea unităților de măsură uzuale pentru lungime, capacitate (centimetrul, litrul) și a unor instrumente adecvate.	6.4. Identificarea și utilizarea unităților de măsură uzuale pentru lungime, capacitate, masă (metrul, centimetrul, litrul, mililitrul, kilogramul, gramul) și a unor instrumente adecvate.	4.2. Operarea cu unități de măsură standardizate, fără transformări	4.2. Operarea cu unități de măsură standardizate, folosind transformări

Observăm o evoluție a competențelor specifice, dinspre concret spre abstract și dinspre utilizarea de unități de măsură neconvenționale spre unități standardizate și transformări ale acestora. Această gradare permite înțelegerea măsurării, ca proces de alegere și de utilizare a unor unități de măsură.

Necesitatea măsurării este dată de necesitatea comparării (în acest caz) lungimilor celor două obiecte. Dacă obiectele sunt deplasabile (de exemplu două panglici), atunci compararea se poate face direct, prin așezarea uneia peste cealaltă, astfel încât să aibă un capăt comun. Poziția celui de-al doilea capăt indică obiectul mai scurt/lung. Dar dacă obiectele nu sunt deplasabile (de exemplu: două ferestre; lungimea și lățimea clasei)? Atunci trebuie să luăm „ceva”, să le măsurăm pe fiecare cu acel „ceva” și să comparăm numerele obținute ca rezultate ale măsurării. De fapt, introducem astfel o unitate de măsură nestandard, acel „ceva” constituindu-se într-un etalon arbitrar, subiectiv.

Să presupunem că intenționăm să măsurăm lungimea unui ghiozdan, lățimea unui caiet și înălțimea unei vase (utilizarea celor trei termeni – lungime, lățime, înălțime – subliniază varietatea pozițiilor spațiale ale obiectelor de măsurat).

La început, se poate utiliza ca unitate de măsură nestandard, de exemplu, lungimea unei agrafe de birou. În urma acțiunii efective cu obiectele, se constată că lungimea ghiozdanului este de 10 ori mai mare decât a agrafei, lățimea caietului este cât 5 agrafe, iar înălțimea vasei este de 15 agrafe. Deci, măsurile lungimilor celor trei obiecte sunt: 10, 5 respectiv 15 (agrafe). Dacă se schimbă unitatea de măsură, se vor schimba și măsurile obiectelor. Înlocuind agrafa cu un creion, se constată că lungimea ghiozdanului este de două ori cât lungimea creionului, lățimea caietului este cât lungimea creionului, iar înălțimea vasei este cât trei creioane. Deci, dimensiunile obiectelor au acum măsurile 2, 1 respectiv 3. După astfel de experiențe se pot face și observații funcționale de tipul: creșterea lungimii etalonului conduce la micșorarea corespunzătoare a măsurii obiectului.

Desigur, „instrumentele” de măsură a lungimii aflate cel mai la îndemână sunt: deschiderea palmei, lățimea unui deget, lungimea brațului/brațelor, pasul. Utilizarea individuală a acestora întărește ideea că rezultatul măsurării se schimbă o dată cu schimbarea unității de măsură.

Și atunci, cum putem compara lungimile a două obiecte aflate în locuri diferite (clase diferite, școli diferite, localități diferite), unde nu dispunem de un același etalon? Răspunsul la această întrebare conduce la necesitatea introducerii și utilizării unei unități standardizate (metrul), ce urmează a fi studiat în clasa a II-a (conform programei).

Predarea-învățarea timpului ridică probleme metodice deosebite, întrucât această mărime este abstractă și deci mai puțin accesibilă elevilor, care nu o pot vizualiza și intui direct, ca în cazul celorlalte mărimi. De aceea, predarea-învățarea timpului se realizează în strânsă legătură cu acțiunile și evenimentele în care elevii sunt implicați. Astfel, ora reprezintă durata unei lecții (plus pauza), ziua durează de la un răsărit al soarelui până la alt răsărit.

O idee importantă ce trebuie urmărită este cea de succesiune/ simultaneitate a evenimentelor în timp. Elevii vor trebui să sesizeze, să compare și să precizeze ordinea desfășurării în timp a două (sau mai multe) evenimente, stabilind dacă unul are loc înaintea altuia sau se realizează în același timp. Curgerea timpului poate fi materializată prin întocmirea unei „benzi a timpului” (pentru o perioadă mai scurtă sau mai lungă) ori a unui calendar.

Chiar învățarea unităților de măsură pentru timp va fi mai dificilă, deoarece între acestea nu există o relație de multiplicitate cu 10 (ca la celelalte trei mărimi anterioare), ci cu 60 (1 oră=60 minute, 1 minut=60 secunde) sau alți factori (ex.:1 zi=24 ore, 1 săptămână=7 zile).

Și în predarea-învățarea timpului se evidențiază nu numai legătura cu mediul, ci și interdisciplinaritatea. „Citirea” orelor pe ceas poate fi precedată de realizarea la „abilități practice” a unui cadran din carton și a acelor indicatoare, ce vor fi utilizate în activitățile de învățare din lecția de matematică.

Estimarea măsurilor unei mărimi

O problemă comună predării-învățării mărimilor este cea a estimării dimensiunilor unui obiect sau fenomen din această sferă. Nu este suficient ca elevii să dobândească doar cunoștințe despre măsuri și deprinderi elementare de măsurare cu instrumentele corespunzătoare, ci și capacitatea de a estima lungimea unui obiect, capacitatea unui vas, masa unui corp sau durata desfășurării unui eveniment. Tocmai această capacitate este implicată frecvent în viața cotidiană, inclusiv în luarea unor decizii mai mult sau mai puțin importante (de exemplu: nu încercăm să introducem pe o ușă un obiect de mobilier care „nu încapă”; nu încercăm să golim conținutul unei canistre pline într-o sticlă ș.a., iar un șofer care nu poate estima corect distanța față de un obstacol și vitezele cu care se circulă își riscă viața sa și a altora).

Este necesar ca estimările făcute de elevi să fie verificate prin măsurare directă, pentru ca priceperea respectivă să devină mai rafinată, conținând o marjă de eroare din ce în ce mai mică. Această activitate, ce vizează autocontrolul, poate fi coroborată cu cea de înregistrare a datelor într-un tabel și urmată apoi de o parte calculatorie, în care fiecare elev își poate determina „eroarea personală” de apreciere în plus sau în minus, a dimensiunii mărimii respective. Aceasta presupune și o evidentă conectare la realitatea imediată, solicitările trebuind să vizeze mărimi și dimensiuni ale unor obiecte, distanțe, fenomene pe care elevii le întâlnesc frecvent în mediul înconjurător, sala de clasă, școală sau în afara ei.

Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și măsurilor acestora

Referindu-ne la întreaga Unitate care vizează mărimile și măsurarea lor, precizăm că obiectivele pe care învățătorul ar trebui să le aibă în vedere sunt:

- ☆ Intuirea de către elevi a noțiunii de mărime, prin prezentarea unor mărimi de largă utilizare (lungime, volum, masă, timp);
- ☆ Motivarea elevilor pentru a înțelege necesitatea introducerii unităților de măsură (etalone nestandardizate, apoi cele standardizate) pentru o mărime considerată;
- ☆ Înțelegerea măsurării ca o acțiune de determinare a unui număr ce caracterizează dimensiunea unui obiect sau fenomen (numărul care arată de câte ori se cuprinde etalonul în dimensiunea ce trebuie măsurată);
- ☆ Alegerea unor unități de măsură convenabile, iar în perspectivă, cunoașterea unităților principale pentru mărimea studiată;
- ☆ Familiarizarea cu instrumentele utilizate în măsurarea unei mărimi considerate;
- ☆ Formarea deprinderii de a utiliza instrumentele de măsură și a priceperii de a măsura dimensiunile unor obiecte din mediul înconjurător;
- ☆ Formarea priceperii de a consemna, compara și interpreta rezultatele măsurărilor;
- ☆ Formarea capacității de a aprecia (estima) corect dimensiunile unor obiecte din mediul înconjurător;

- ☆ Formarea priceperii de a opera (adunare/scădere) cu măsurile a două obiecte de același fel, atât prin acțiune directă, cât și prin calcul.

La toate acestea se adaugă, pentru clasele a III-a și a IV-a, următoarele obiective:

- ☆ Înțelegerea necesității introducerii submultiplilor / multiplilor unităților principale de măsură;
- ☆ Cunoașterea submultiplilor/multiplilor unităților de măsură ale mărimilor studiate;
- ☆ Familiarizarea cu instrumentele de măsură specifice acestora;
- ☆ Formarea priceperii de a măsura utilizând submultiplii/multiplii;
- ☆ Înțelegerea necesității transformării unităților de măsură;
- ☆ Formarea priceperii de a transforma unitățile de măsură, folosind multiplii și submultiplii unității principale;
- ☆ Formarea priceperii de aplicare în probleme a cunoștințelor dobândite despre unitățile de măsură.

LA CLASELE PREGĂTITOARE ȘI I

Obiectivul de referință prevăzut de programa de matematică a clasei I, vizând mărimile, cere ca elevii să fie capabili să măsoare și să compare lungimea, capacitatea sau masa unor obiecte, folosind unități de măsură nestandard, aflate la îndemâna copiilor și să recunoască orele fixe pe ceas.

Conținuturile învățării corespunzătoare acestui obiectiv sunt:

- ☆ Măsurări cu unități nestandard (palmă, creion, bile, cuburi, etc.) pentru lungime, capacitate, masă;
- ☆ Măsurarea timpului; recunoașterea orelor fixe pe ceas; unități de măsură: ora, ziua, săptămâna, luna.

LA CLASA A II-A

La clasa a II-a, primul obiectiv de referință tematic cere ca elevii să măsoare și să compare lungimea, capacitatea sau masa unor obiecte folosind unități de măsură nestandard adecvate, precum și următoarele unități de măsură standard: metrul, centimetrul, litrul. Un al doilea obiectiv tematic impune ca elevii să utilizeze unități de măsură pentru timp și unități monetare.

Conținuturile învățării corespunzătoare acestor obiective sunt:

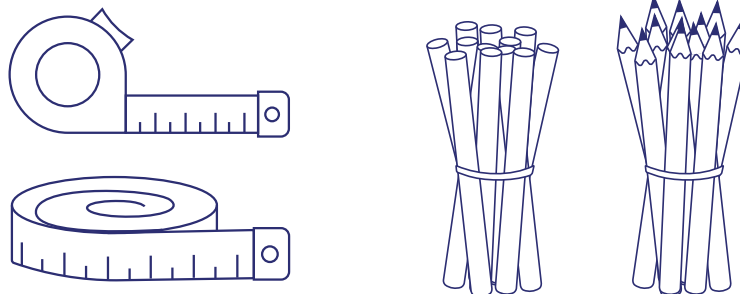
- ☞ Măsurări folosind unități neconvenționale;
- ☞ Unități de măsură pentru lungime (metrul), capacitate (litrul), masa (kilogramul), timp (ora, minutul, ziua, săptămâna, luna); monede și bancnote;
- ☞ Utilizarea instrumentelor de măsură adecvate.

MĂSURAREA MĂRIMILOR FIZICE: REPERE DIDACTICE

În accepțiunea lui Piaget, în jurul vârstei de 8 ani copilul ajunge în stadiul operațiilor concrete. La această vârstă, copilul poate concepe faptul că fiecărei acțiuni îi corespunde o acțiune inversă, ce permite revenirea la starea anterioară. Fiind capabil de reversibilitate, copilul poate surprinde și invarianța; va sesiza deci, treptat, între 7-8 și 11-12 ani, conservarea substanței, a masei și a volumului. Piaget susține că, de la un mediu cultural la altul, vârstele la care se achiziționează conservarea pot fi diferite, dar ordinea de achiziție este constantă. De aceea, și în programele școlare mărimile sunt introduse gradat, în funcție de posibilitățile de înțelegere ale copilului.

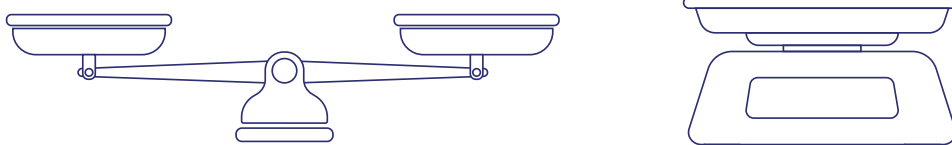
LUNGIMEA

Mărimea cea mai intuitivă, cu care se începe dezvoltarea înțelegerii măsurătorilor și măsurii, este lungimea. Măsurarea lungimilor folosind unități non-standard începe încă de la grădiniță. Una dintre dificultățile de înțelegere des întâlnite este aceea că, la măsurarea lungimilor folosind pasul, copilul nu numără câți pași (= intervale) au fost făcuți, ci numără de câte ori a călcat în măsurare (ceea ce furnizează o măsură cu 1 mai mare decât cea corectă). De aceea, utilizarea și a altor unități de măsură (ca, de exemplu, un băț, un creion etc.) este necesară pentru formarea corectă a conceptului.



MASA

Conceptul de masă este introdus la clasa a II-a, când apar unitățile de măsură standard (kilogramul și gramul), dar și instrumentele de măsură (balanța cu brațe egale, cântarul). Modelul balanței este de altfel util și în înțelegerea operațiilor cu numere. Terminologia folosită la clasă trebuie să țină cont de nivelul de înțelegere a copilului, nu de rigorile științifice. Astfel, se poate folosi „greutate” în loc de „masă”, chiar dacă în programă apare denumirea corectă.



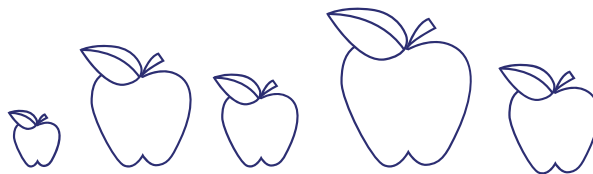
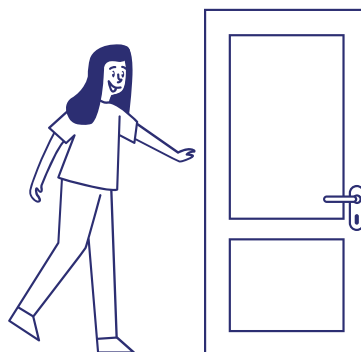
Activități și materiale didactice

La clasa pregătitoare:

- ☼ Alegerea potrivită a unor unități neconvenționale (palma, creionul etc.) pentru măsurarea lungimii;
- ☼ Să măsoare lungimea obiectelor cu palma, cotul, diferite obiecte, să măsoare capacitatea vaselor cu paharul, cana, sticla etc.;
- ☼ Măsurarea băncii cu ajutorul palmei sau a caietului;
- ☼ Precizarea dimensiunii unui obiect cu ajutorul unor unități de măsură neconvenționale;
- ☼ Un bloc este mai înalt decât o casă. Un elefant este mai greu decât o maimuță; Un caiet costă mai puțin decât o carte; Mihai cântărește tot atât cât Ionuț; O zi durează mai puțin decât o săptămână; într-un bidon intră mai mult lichid decât într-o oală;
- ☼ Exerciții - joc de comparare a unor lungimi;
- ☼ Ordonarea unor obiecte după lungime, comparări succesive și exprimarea rezultatelor („mai lung”, „mai înalt”, „cel mai lung” etc.);

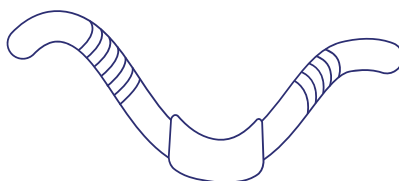
Înșiruești copiii din clasă și le dai 10 minute să se așeze în ordinea înălțimii, precizând capeteii de rând (cel mai înalt și cel mai scund);

Alegi 5 obiecte de mărimi diferite și îi pui să le aranjeze crescător, în 5 minute;

Găsește 5 obiecte și ordonează-le crescător în funcție de mărimea lor.**Găsește 5 obiecte și ordonează-le crescător în funcție de mărimea lor.**




- Colorarea selectivă a elementelor unui desen, pe baza unui criteriu precizat (ex.: cel mai scurt/lung);
- Completarea unui desen prin realizarea unui element asemănător cu unul dat, dar mai lung/mai scurt; mai înalt/mai scund;

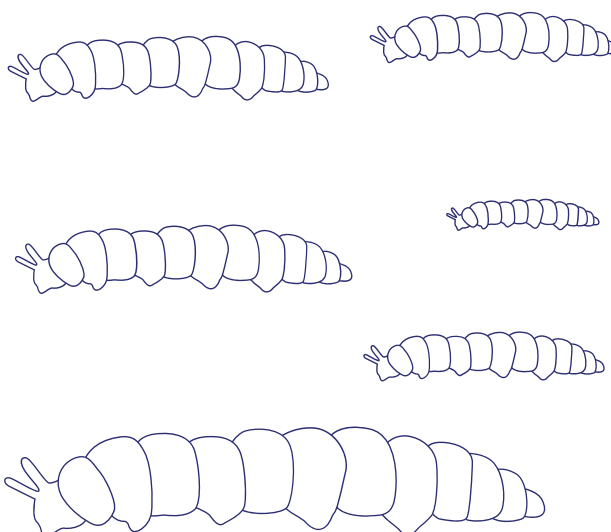
Utilizează-ți plastilina pentru a face o rămă mai scurtă decât rămă de sus și una mai lungă decât cea de jos.



MĂSURAREA OMIZILOR

Privește cu atenție omizile și verifică ce culoare trebuie să aibă fiecare

-  = CEA MAI LUNGĂ OMIDĂ
-  = CEA MAI SCURTĂ OMIDĂ
-  = ALTE OMIZI



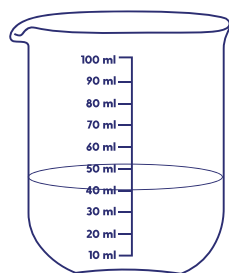
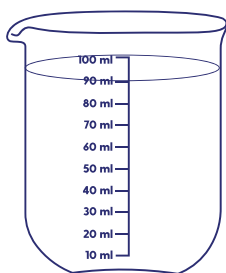
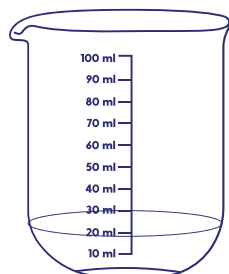
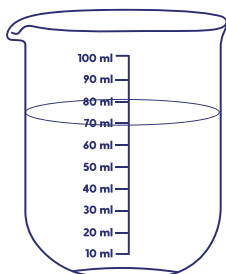
- Estimarea unor lungimi pe baza unor unități neconvenționale date;

La clasa I:

- ☼ Alegerea potrivită a unor unități neconvenționale (pahare/sticluțe de plastic etc.) pentru măsurarea capacității;
- ☼ Măsurarea capacității unor vase folosind etaloane de forme și mărimi diferite, urmată de consemnarea și discutarea rezultatelor, cu folosirea expresiilor „mai mult”, „mai puțin”, „plin”, „gol” etc.;

Capacitate - Mai mult sau mai puțin

Încercuiește imaginea care
ilustrează cel mai mult lichid.



- ☼ Realizarea unei rețete culinare simple:

Ingrediente limonadă de portocale, lămâie și ananas

Cantitățile de fructe pot crește, în funcție de numărul de invitați

2 lămâi

2 portocale

1 cutie compot ananas

2 linguri miere de albine

Câteva frunze de mentă

1 l apă minerală (sau plată)

Cum se face limonada de portocale, lămâie și ananas

Lămâile și portocalele se vor curăța de coajă și eventual de pielița albă (deoarece poate da amăreală băuturii), apoi se vor tăia în **feliuțe subțiri, sau cuburi mici** (după cum dorim), se vor pune într-un **vas de sticlă (indicat ar fi un cofer din sticlă de 2 l)**, **adăugând zeama de la compotul de ananas, mierea de albine și apa minerală (sau plată)**, amestecându-se cu o **paletă**, până când mierea se va dizolva.

Vasul de sticlă cu bautura din fructe, se va da la rece pentru **60 minute**, apoi este servită.

Provocare : În funcție de câți sunteți în clasă, măriți cantitatea proporțional (cantitățile vă ajung pentru 4 persoane) și urmăriți modificările volumului la adăugarea fiecărui ingredient.

- ☆ Comparări de capacități de obiecte (de exemplu, de câte ori se cuprinde conținutul unui recipient într-altul mai mare);
- ☆ Ordonarea unor obiecte date, pe baza comparării succesive (două câte două) a capacității lor;
- ☆ Identificarea unor obiecte pe baza unor caracteristici privind capacitatea acestora („plin”, „gol” etc.);
- ☆ Estimarea unor mărimi (Cam câți pași sunt de la ușă până la banca ta; În câte pahare pot vărsa sucul dintr-o sticlă de 2l?)
- ☆ Măsurarea lungimii unor obiecte și exprimarea acesteia în centimetri;
- ☆ Măsurarea capacității unor obiecte și exprimarea acesteia în litri;
- ☆ Identificarea și utilizarea instrumentelor de măsură potrivite pentru efectuarea unor măsurători (rigla, vasul gradat);
- ☆ Măsurarea unor volume/dimensiuni cu instrumente de măsură potrivite (ex.: măsurarea volumului unui vas, măsurarea taliei etc.);
- ☆ Compararea rezultatelor obținute prin măsurarea dimensiunilor/capacității unor obiecte/vase de formă asemănătoare;
- ☆ Completarea, până la egalizare, a lungimii/ capacității a două obiecte;
- ☆ Rezolvarea de probleme practice folosind unitățile de măsură (ex.: Taie o bucată de sfoară de 50 cm etc., plantează bulbii la 10 cm distanță etc.).

La clasa a II-a:

- ☆ Alegerea potrivită a unor unități neconvenționale pentru măsurarea masei;
- ☆ Măsurarea masei unor obiecte folosind etaloane de forme și mărimi diferite; consemnarea rezultatelor și discutarea lor;
- ☆ Modificarea unei rețete culinare simple în vederea realizării unui număr mai mare/mai mic de porții;

Rețetă salam de biscuiți

Ingrediente

250 gr biscuiți simpli

250 gr zahăr

100 gr unt

50 gr cacao + puțină cacao (sau pudră de ciocolată) pentru folie

75 gr nucă prajită (sau stafide înmuiate în apă caldută sau 2 lingurițe cafea instant)

120 ml lapte

esență de rom (sau rom)

Porții: 12. Adaptați cantitățile la numărul de copii din clasă. Distracție faină!

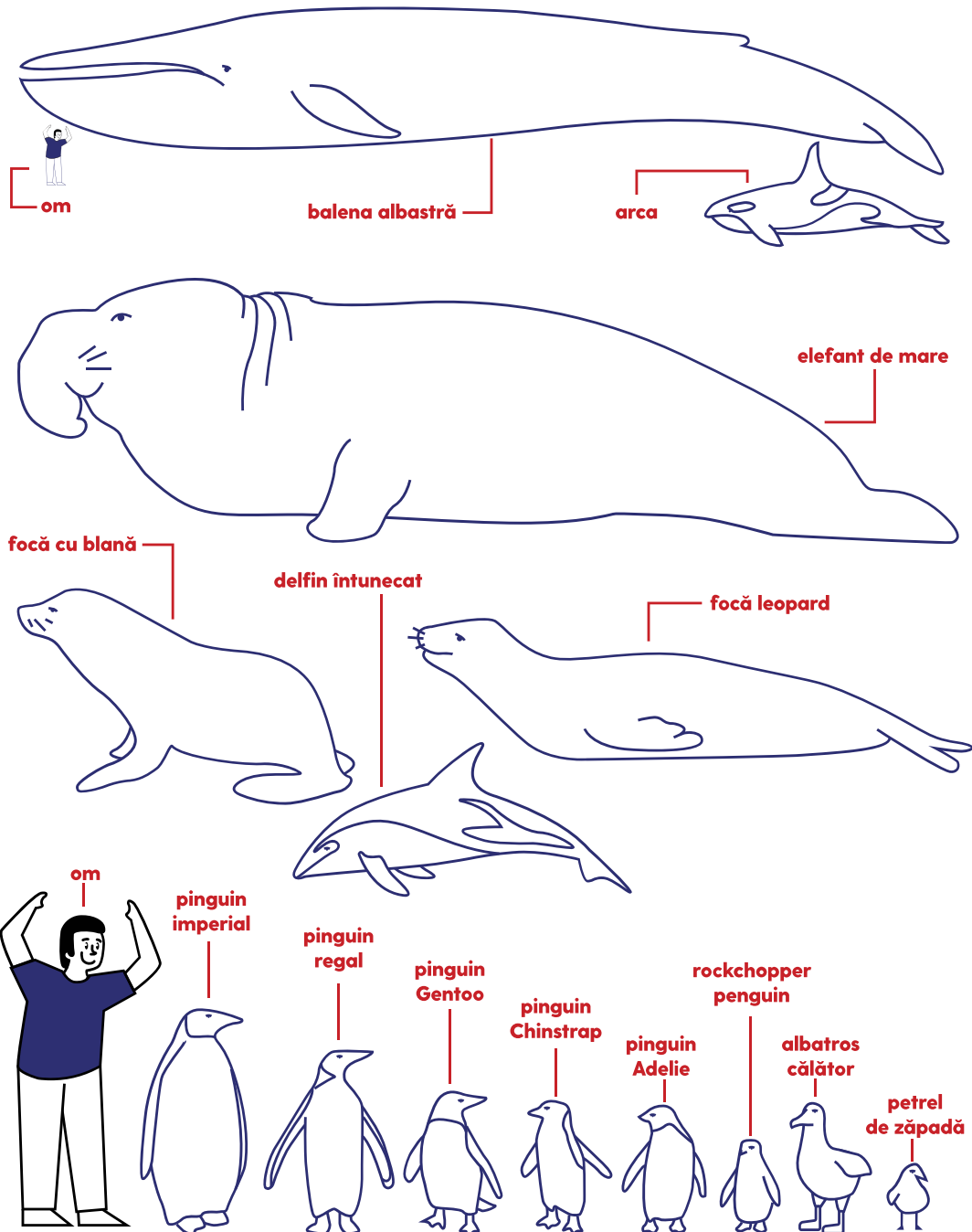
1. Zdrobiți biscuiții cu mâna până obțineți bucățele mici. Amestecați cu nuca (sau stafidele) tăiată bucăți mici, dacă folosiți.
2. Într-o crăticioară puneți 60 ml lapte și zahărul și fierbeți până se face un sirop legat (cca 1 minut după ce începe să facă spumă siropul).
3. Adăugați untul și amestecați până se topește.
4. Adăugați cacaoa (și cafeaua dacă folosiți) dizolvată în 60 ml lapte. Adăugați și esența de rom. Lăsați să dea un clocot.
5. Turnați treptat siropul peste biscuiți, amestecând din când în când până vedeți că se leagă biscuiții și se înmoaie un pic. S-ar putea să nu aveți nevoie de tot siropul.
6. Pe o folie de plastic presărați puțină cacao (sau pudră de ciocolată) și puneți jumătate din compoziție. Rulați strâns sub formă de rulo și împingeți din ambele capete să scoateți aerul din salam. Legați strâns la ambele capete și dați salamul de biscuiți la frigider câteva ore sau peste noapte. Repetați cu restul de compoziție.
7. Tăiați salamul de biscuiți felii și serviți

- ☆ Aprecierea maselor unor obiecte „cântărite” în propriile mâini;
- ☆ Compararea maselor unor obiecte dintre care masa unuia se cuprinde de un număr întreg de ori în masa celuilalt;

<https://wordwall.net/ro/resource/16092586/m%C4%83surarea-masei-corpurilor>

- ☆ Ordonarea unor obiecte date, pe baza comparării succesive (două câte două) a lungimii / capacității / masei lor;
- ☆ Identificarea unor obiecte pe baza unor caracteristici privind lungimea/capacitatea/masa acestora („mai lung”, „mai scurt”, „plin”, „gol”, „mai ușor”, „mai greu” etc.);

Animale din Antarctica



- ✧ Estimarea unor dimensiuni (Care copii sunt aproximativ la fel de înalți?; Care copii cântăresc aproape la fel?; În câte pahare pot vărsa sucul dintr-o sticlă de 2l?);
- ✧ Echilibrarea leagănului-balansoar de către copii cu mase asemănătoare/ diferite;
- ✧ Cântărirea unor obiecte folosind metoda balanței;
- ✧ Măsurarea capacității unor obiecte și exprimarea acestuia în mililitri;



**Vrăjitorul William și vrăjitoarea Winifred creează poțiuni.
I-ai putea ajuta să găsească toate opțiunile pentru rețetele lor?**

1. Vrăjitorul William poate folosi oricare 2 ingrediente. Poțiunea sa trebuie să măsoare exact 50 ml. Ce ingrediente poate folosi? Poți să descoperi toate rețetele posibile?

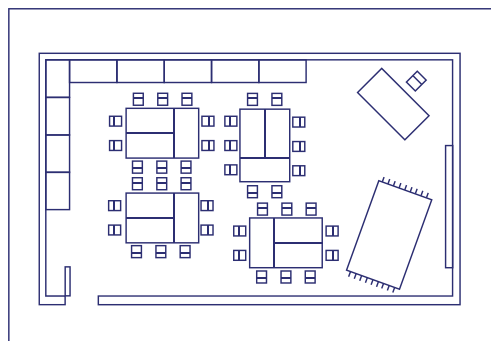
2. Felicitări! Ce efecte va avea poțiunea vrăjitorului William?

3. Vrăjitoarea Winifred trebuie să folosească mai mult de 2 ingrediente. Poțiunea sa trebuie să măsoare exact 50 ml. Ce ingrediente ar putea folosi?

4. Felicitări! Ce efecte va avea poțiunea vrăjitoarei Winifred?













- ☆ Măsurarea masei unor obiecte și exprimarea acesteia în kilograme/gramme;
- ☆ Identificarea instrumentelor de măsură potrivite pentru efectuarea unor măsurători (rigla, panglica de croitorie, metrul de tâmplărie, vasul gradat, cântarul, balanța);
- ☆ Măsurarea unor dimensiuni/ cantități/volume, cu instrumente de măsură potrivite (ex.: măsurarea taliei, a masei corporale, a masei ghiozdanului, a volumului de apă dintr-un recipient negradat etc.);
- ☆ Aflarea propriei mase cu ajutorul cântarului;
- ☆ Rezolvarea de probleme practice folosind unitățile de măsură (Cântărește cu balanța 2 mere etc.);

**Măsurând lungimi
Poți măsura dimensiunile unei săli și apoi să îl desenezi planul?**



<https://wordwall.net/ro/resource/2270970/m%C4%83surarea-lungimii-clasa-i>
<https://wordwall.net/ro/resource/8643384/masurarea-masei>

Bibliografie

-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
-  Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
-  MEN, CNC, Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar, București, 2017 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
-  SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
-  Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația)
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>
-  <https://www.mathema.ro/>

2.2. Înțelegerea proprietăților geometrice

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE	7 - 8 ANI CLASA 1		8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Trăsăturile obiectelor și formelor geometrice			
<p>Identifică și descrie caracteristicile formelor și obiectelor (de exemplu, laturi, colțuri, fețe, margini și vârfuri).</p> <p>Sortează și clasifică forme și obiecte familiare pe baza unor trăsături evidente (de exemplu, triunghiurile au trei laturi; o sferă este rotundă ca o minge).</p> <p>Explică faptul că forma sau obiectul nu se schimbă atunci când sunt prezentate în orientări diferite (de exemplu, un pătrat rămâne pătrat atunci când este rotit).</p>	<p>Identifică relația dintre numărul de laturi ale unei forme bidimensionale și numărul de unghiuri (de exemplu, dacă forma are patru laturi, are patru colțuri).</p> <p>Descrie și identifică formele bidimensionale reprezentate de fețele obiectelor tridimensionale (de ex. recunoaște fețele unei prisme triunghiulare ca triunghiuri și dreptunghiuri).</p> <p>Reprezintă forme și obiecte (de exemplu, desen și schiță; construirea de modele, cum ar fi modelele schematice și reconstruirea unor obiecte din cuburi cu latura de 1cm, folosind și programe digitale).</p>		

Sugestii metodice

Locul și rolul elementelor de geometrie în matematica școlară

Elementele de geometrie reprezintă o interfață între matematică și realitatea înconjurătoare, constituindu-se în instrumente de modelare și simulare a acestei realități.




Prin învățarea elementelor de geometrie se dezvoltă la elevi spiritul de observație, sunt angajate operațiile gândirii, formând un tip specific de raționament (raționamentul geometric), este stimulată plăcerea de a cerceta și de a descoperi prin forțe proprii, atracția pentru problematic. Introducerea elementelor de geometrie în matematica școlară a claselor I-IV urmărește ca elevii să-și însușească cunoștințe fundamentale legate de spațiu, pornind de la observarea obiectelor din realitatea cunoscută și accesibilă lor.

Prin activitățile de construcție, desen, pliere și măsurare, învățătorul asigură implicarea mai multor organe de simț în perceperea corpurilor și figurilor geometrice plane, în vederea creării bazei intuitive necesare cunoașterii lor științifice.

Considerăm că abordarea noțiunilor de geometrie în clasele primare are drept scop principal formarea la elevi a unor reprezentări spațiale, necesare în clasele următoare pentru însușirea sistematică și logică a geometriei, precum și a capacității de a esențializa și abstractiza realitatea înconjurătoare.

Preocuparea pentru studiul geometriei, la acest nivel, este justificată de faptul că aceasta se constituie într-o modalitate inedită de a aplica matematica în viață și de a matematiza elemente și relații între elementele spațiale ale realității imediate.

Studiul geometriei se realizează modular, prin introducerea unui astfel de capitol în fiecare dintre clasele I-IV și se plasează pe 3 planuri:

-  Dobândirea de cunoștințe științifice,
-  Formarea capacității de a aplica cunoștințele de geometrie
-  Dezvoltarea raționamentului matematic.

Din punct de vedere al conținutului, acesta trebuie să formeze un sistem coerent și structurat de cunoștințe despre formele obiectelor lumii reale, despre proprietățile acestora și despre mărimile ce le pot caracteriza. În această perspectivă, geometria se conectează cu o altă temă majoră a matematicii școlare din clasele I-IV: mărimi și măsurarea mărimilor.

Predarea-învățarea elementelor de geometrie vizează realizarea următoarelor obiective:

-  Cunoașterea intuitivă a unor noțiuni de geometrie și formarea capacității de a le utiliza;

- ☼ Dezvoltarea capacităților de explorare/ investigare a mediului înconjurător, în vederea formării unor reprezentări și noțiuni geometrice corecte, precum și inițierea în rezolvarea problemelor cu conținut geometric;
- ☼ Formarea și dezvoltarea capacității de a comunica, prin includerea în limbajul activ al elevilor a unor termeni din geometrie;
- ☼ Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul geometriei.

La clasele I și a II-a, obiectivul de referință corespunzător acestui capitol este același, solicitând recunoașterea formelor plane și a formelor spațiale.

La clasa I, conținuturile învățării sunt:

- ☼ Figuri geometrice: triunghi, pătrat, dreptunghi, cerc;
- ☼ Cub, sferă (observarea obiectelor cu această formă).

La clasa a II-a, aceste conținuturi se îmbogățesc cu:

- ☼ Punct, segment, linie dreaptă, linie frântă, linie curbă;
- ☼ Interiorul/ exteriorul unei figuri geometrice.

Intuiție și logică în predarea elementelor de geometrie

Elementele de geometrie au un caracter intuitiv, cu un stil de gândire apropiat de al etapei preeuclidiene (600 – 300 î.e.n.). Rolul dominant al intuiției este justificat de necesitatea corelării cu particularitățile psiho-fiziologice ale școlarului mic, cu experiența sa didactică și de viață.

Caracterul intuitiv se regăsește, în principal, în următoarele aspecte:

- ☼ Noțiunile primare au o bază intuitivă;
- ☼ Propozițiile care au, la acest nivel, un conținut evident prin el însuși (deși constituie teoreme în geometria euclidiană), aici nu se demonstrează (se admit tocmai pe baza caracterului lor intuitiv);
- ☼ Accentul este pus pe tratarea problemelor aplicative, ridicate de realitate; nu există probleme „de demonstrat”.

Desigur, nu trebuie să se rămână doar la nivel de intuiție, pentru că formarea noțiunilor presupune abstractizări și generalizări. În cunoașterea și înțelegerea conținutului geometric, este decisivă stabilirea unui raport corespunzător între intuitiv și logic.

Dobândirea elementelor de geometrie trebuie să înceapă cu procese de intuire a mai multor cazuri particulare de obiecte care evidențiază materializat noțiunea geometrică ce urmează

a fi extrasă. Apoi, cu ajutorul cuvântului, prin dirijarea atentă a observației, se ajunge la ceea ce este esențial și caracteristic.

Nota generală astfel stabilită, ce definește noțiunea geometrică, se convertește în limbaj matematic. Printre primele elemente logice se înscrie definiția. Pentru a ajunge la definiția unei noțiuni geometrice este necesară distingerea **proprietăților caracteristice ale obiectului de definit, a condițiilor necesare și suficiente existenței acestuia**. În timp, toate acestea se structurează în precizarea elementelor ce aparțin noțiunii definite (genul proxim) și a celor care precizează diferența specific .

Formarea conceptelor geometrice

În formarea unei noțiuni geometrice trebuie să fie parcurse următoarele etape:

- ☆ Intuirea, în mediul înconjurător, a obiectelor care evidențiază materializat noțiunea, cu dirijarea atenției elevilor către ceea ce interesează a fi observat, asupra notelor caracteristice noțiunii respective;
- ☆ Observarea și analizarea acestor proprietăți pe un material didactic ce evidențiază noțiunea (model, machetă);
- ☆ Reprezentarea prin desen a noțiunii, cu indicarea elementelor componente descoperite prin observarea directă, notarea figurii și evidențierea proprietăților caracteristice;
- ☆ Formularea definiției, prin precizarea genului proxim și a diferenței specifice, acolo unde este posibil sau prin stabilirea proprietăților caracteristice care determină sfera noțiunii;
- ☆ Identificarea noțiunii în alte situații, poziții, domenii ale realității;
- ☆ Construirea materializată a noțiunii, folosind hârtie, sârmă, bețișoare ș.a. (atunci când este posibil);
- ☆ Sistematizarea conceptelor prin clasificarea figurilor care fac parte intuitiv logic etape din aceeași categorie;
- ☆ Utilizarea noțiunii în rezolvarea problemelor și transferul ei în situații geometrice noi.

În consecință, pentru asimilarea elementelor de geometrie de către școlarii mici, este necesar ca noțiunile să fie învățate prioritar prin procese intuitive și formate inițial pe cale inductivă, să se înscrie în spiritul rigurozității și să fie funcționale.

Metodica sau cum aplicăm

Predarea-învățarea noțiunilor de geometrie în învățământul primar este direcționată de câteva cerințe, dintre care menționăm:

Elevii nu trebuie să învețe definițiile pe de rost. Definițiile și proprietățile figurilor geometrice se vor deduce din analiza modelelor prezentate. În cele mai multe cazuri, nici nu se poate da o

definiție riguroasă, deoarece elevii întâlnesc mai întâi noțiunea specie și apoi noțiunea gen. Este abordat un caz particular, înaintea celui general (de exemplu, dreptunghiul se studiază înaintea paralelogramului).

La studierea figurilor geometrice, învățătorul va folosi cu precădere activitatea individuală, directă a elevilor.

Aceștia vor construi figura cu ajutorul instrumentelor geometrice, o vor examina și vor încerca să-i descopere proprietățile.

Învățătorul va prezenta elevilor cazuri și poziții variate ale noțiunii geometrice și nu se va rezuma numai la studierea unui caz particular.

În formarea unui concept geometric, se va porni de la explorarea vizuală a mediului și de la intuirea materialului didactic. Sunt eficiente modelele mobile, care permit elevilor să intuiască, să înțeleagă și să rețină proprietățile figurilor geometrice.

Observațiile și concluziile vizând o noțiune geometrică vor avea la bază intuiția, experiența empirică a elevilor, raționamentul de tip analogic și inductiv, dar și elemente de deducție, atât de necesare dezvoltării gândirii elevilor.

Ca bază pentru concluzii nu trebuie să se folosească o singură experiență. Pentru aceasta, elevii trebuie orientați să observe, să compare și să generalizeze cu precauție, întrucât concluzia rezultată numai dintr-un caz particular poate fi greșită.

Învățătorul trebuie să aibă în vedere plauzibilitatea măsurilor atașate mărimilor geometrice, să prezinte probleme cu date posibil de reprezentat în desen, pe pagina caietului. Rezultatele obținute de elevi prin raționamente geometrice și calcul vor fi verificate prin măsurare directă.

În redactarea rezolvării unei probleme cu conținut geometric, învățătorul îi poate conduce pe elevi spre utilizarea structurii specifice problemelor de geometrie: „Se dă; Se cere”.

Prin lecțiile cu conținut geometric, învățătorul va urmări ca un număr cât mai mare din cunoștințele dobândite să poată fi folosite nu numai în activitatea următoare a elevilor la geometrie, dar și în alte domenii ale matematicii sau la alte discipline școlare. Elementele de geometrie se pot conecta cu zona predării – învățării mărimilor și a unităților de măsură sau pot fi utilizate în rezolvarea problemelor de matematică, în vederea schematizărilor sau a concretizărilor acestora.

Cunoștințele, priceperile și deprinderile vizând geometria pot avea ca sursă ori pot valoriza ceea ce elevii și-au însușit sau au folosit în lecțiile de educație plastică, abilități practice, educație fizică și chiar limba română (în învățarea scrisului).

ASPECTE PSIHO-PEDAGOGICE ALE ÎNȚELEGERII CONCEPTELOR GEOMETRICE

Elevul operează cu noțiuni și concepte diverse.

Există însă o particularitate în formarea conceptelor geometrice – și anume, acestea au o bază logico-deductivă. O contribuție importantă în înțelegerea modului în care se formează conceptele geometrice a avut-o modelul van Hiele, apărut la mijlocul secolului trecut. Acest model reprezintă o descriere empirică a unor niveluri relativ stabile în care se structurează experiențele geometrice ale copilului.

Ulterior, diverși cercetători (ca de exemplu John Murray) au descris, la nivel operațional, aceste niveluri:

1. Nivelul vizuat: copilul identifică, denumește, compară și operează cu figuri geometrice, în funcție de aspectul lor. La acest nivel, argumentarea se bazează pe declarații de credință („așa cred eu”), nu pe logică. De exemplu, copilul afirmă că o figură este un triunghi pentru că „arată ca un triunghi”, nu pentru că are 3 laturi (sau caracterizări de acest fel).

2. Nivelul descriptiv: copilul analizează figurile în termeni de părți componente și identifică relații între părți, stabilește în mod empiric proprietăți ale unor clase de figuri și utilizează proprietățile pentru a rezolva probleme. De exemplu, copilul aflat la acest nivel poate observa că un pătrat are patru laturi congruente și patru unghiuri drepte.

3. Nivelul relaționării: la acest nivel, copilul poate înțelege și accepta definiții ale obiectelor geometrice și poate înțelege relațiile între componentele unei figuri. De asemenea, copilul poate face raționamente pe structura „dacă ... atunci ...” (dar nu încă demonstrații formale). De exemplu, copilul poate ajunge la concluzia că „un triunghi isoscel are o axă de simetrie, deci unghiurile de la bază sunt congruente”.

4. Nivelul deductiv: la acest nivel, copilul înțelege în ce constă deducția, ca modalitate de argumentare și poate face demonstrații formale.

5. Nivelul rigorii: presupune înțelegerea și operarea cu sisteme axiomatice ale geometriei, ca un matematician.

La clasa pregătitoare și la clasele I și a II-a, accentul se pune pe orientare în spațiu, localizare în raport cu un reper dat și recunoașterea unor figuri și corpuri geometrice. Elevul denumește, reprezintă grafic, respectiv verifică proprietăți de simetrie sau reconstituie din desfășurate

dreptunghiul, triunghiul, cercul, semicercul, cubul, cuboidul (paralelipipedul), cilindrul, sfera sau conul.

Programele școlare conțin, în afară de conceptele explicite (precizate ca atare în lista de conținuturi), și unele concepte implicite: acestea sunt asociate unor competențe transversale, care se formează pe conținuturi diverse. Una dintre competențele de acest tip este competența 3: Identificarea unor fenomene/ relații/ regularități/ structuri din mediul apropiat, competență generală pentru clasa pregătitoare și clasele I și a II-a. Această competență (ce nu are un corespondent anume în lista de conținuturi), se formează și se dezvoltă și prin intermediul elementelor de geometrie.

Ca suport grafic, se pot folosi:

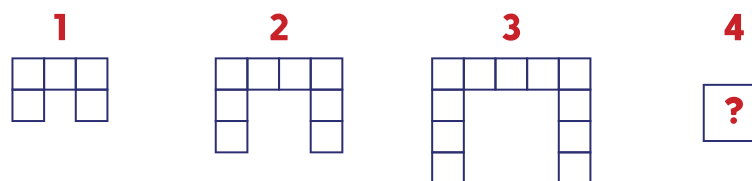
- Modele geometrice repetitive, de tipul frizelor



- Șiruri de figuri geometrice, ce presupun înțelegerea modului de modificare/ transformare a unei figuri date:



- Dezvoltarea unui model geometric (identificarea figurii care urmează):



La nivelul învățământului primar, elementele de geometrie sunt introduse gradual, mai ales la nivelul recunoașterii formelor și enumerarea de proprietăți. Înțelegerea este păstrată la un nivel ce presupune observarea unor modele fizice, propozițiile fiind admise datorită caracterului lor intuitiv, fără abstractizări și demonstrații în cadrul unui sistem logico-deductiv. Nu se insistă pe definiții riguroase, iar elevii ajung la înțelegerea noțiunilor geometrice prin decupare, comparare, îndoire – adică prin manipulare și observare.

Procesul de formare a noțiunilor geometrice parcurge mai multe etape:

- ✿ Descrierea obiectelor din mediul înconjurător, cu accent pe: formă, relaționare, poziționare în raport cu un reper, modificare a poziționării prin transformare (aceleași obiecte văzute: din față sau din spate; de o altă persoană; în oglindă);
- ✿ Comparare a proprietăților determinate pentru diferite obiecte ;
- ✿ Reprezentare prin desen, cu enunțarea/ notarea proprietăților caracteristice;
- ✿ Descrierea prin proprietăți caracteristice a figurilor și corpurilor geometrice ;
- ✿ Formularea definiției, prin precizarea genului proxim și a diferenței specifice (acolo unde este posibil), sau prin stabilirea proprietăților caracteristice ;
- ✿ Identificarea noțiunii în alte obiecte din mediul înconjurător;
- ✿ Construirea efectivă (materială) a unor obiecte ce reprezintă noțiunea respectivă, folosind variate materiale (bețișoare, plastilină, sârmă, desfășurate din hârtie, etc)
- ✿ Clasificarea după criterii diverse (formă, proprietăți);
- ✿ Utilizarea reprezentărilor geometrice în relație cu alte conținuturi (fracții, metode de rezolvare a problemelor).

În ciclul primar, se formează mai ales deprinderi de observare, identificare, descriere, desenare, construcție și clasificare. Toate aceste deprinderi pot fi formate doar prin utilizarea unui material didactic adecvat.

În clasele din învățământul primar, este indicat un demers didactic de tip inductiv în învățarea elementelor de geometrie. Acesta presupune un traseu de la particular spre general, dinspre observare spre proprietăți generale. Materialul didactic este esențial, pentru ca elevii să poată observa proprietăți, să explice ceea ce au observat și să formuleze reguli generale. În confecționarea și utilizarea materialului didactic la clasă, este necesar să se țină cont de câteva recomandări:

- ✿ Dacă este folosit cu rol de exemplificare, materialul didactic să fie suficient de mare, pentru a putea fi văzut cu claritate din orice loc al clasei;
- ✿ Dacă e folosit cu rol de observare, să existe material didactic pentru fiecare elev/ grup de elevi;
- ✿ Materialul didactic utilizat să aibă o formă estetică și să fie adecvat pentru ceea ce se vrea să reprezinte;
- ✿ Materialul didactic să respecte particularitățile de vârstă ale elevilor.

În formarea unui concept geometric, sunt mai utile modelele mobile, care oferă posibilitatea deformării lor. De asemenea, există programe specializate pe calculator care permit observarea unor proprietăți geometrice.

Elevii nu trebuie să învețe definițiile pe de rost. Este mai util să se insiste pe identificarea de proprietăți definitorii, prin compararea unor figuri sau corpuri geometrice, decât să se solicite definiții. În plus, de cele mai multe ori, nici nu se poate da o definiție riguroasă la acest nivel

de înțelegere, mai ales deoarece demersul inductiv face ca elevii să întâlnească mai întâi conceptul specific, abia apoi conceptul generic. De exemplu, dreptunghiul este observat înaintea paralelogramului, pe când definiția „riguroasă” a dreptunghiului apelează paralelogramul, ca gen proxim – ceea ce presupune studiul anterior al acestuia.

În rezolvarea problemelor de geometrie, este utilă formarea obișnuinței de a identifica ipoteza și concluzia, prin utilizarea unei structuri consecvente de tipul „se dă ...”, „se cere ...”.

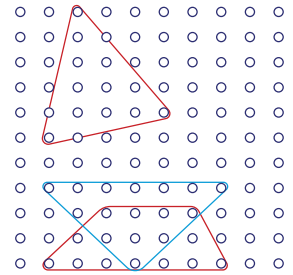
Activități și materiale didactice

Figuri 2 D: triunghi, patrat, dreptunghi, cerc

Corpuri 3 D: cub, cuboid, sferă, cilindru

- ☆ Descrierea unor figuri și corpuri geometrice din mediul apropiat;
- ☆ Recunoașterea unor figuri și corpuri geometrice: pătrat, dreptunghi, cerc, triunghi, cub, sferă, în mediul înconjurător și în materiale tipărite;
- ☆ Reproducerea, prin desen, a formelor geometrice plane (pătrat, triunghi, dreptunghi, cerc) cu ajutorul unor șabloane sau cu mâna liberă pe foaie cu pătrățele;
- ☆ Folosirea formelor geometrice (pătrat, dreptunghi, cerc, triunghi) în realizarea unor desene (casă, robot, vapor etc.) pe foaie velină sau cu pătrățele;
- ☆ Recunoașterea Soarelui, a Lunii și a Pământului folosind imagini sau modele;
- ☆ Construirea unor obiecte uzuale folosind suportul desfășurat al unui cub (ex.: suport de creioane, cutia pentru cadouri);
- ☆ Jocuri de construcții folosind piese din lemn sau plastic;
- ☆ Conturarea pe foaie velină a unor forme geometrice plane (pătrat, triunghi, dreptunghi, cerc), cu ajutorul unor șabloanelor;
- ☆ Desenarea formelor geometrice (pătrat, triunghi, dreptunghi, cerc), pe rețeaua de pătrate din caietul de matematică;
- ☆ Decorarea unor obiecte cu motive geometrice prin desen sau colaj;
- ☆ Identificarea și denumirea formelor plane: pătrat, triunghi, dreptunghi, cerc
- ☆ Recunoașterea și descrierea formei obiectelor/ fețelor unor corpuri din mediul apropiat ;
- ☆ Recunoașterea unor corpuri geometrice în mediul apropiat (cub, cuboid, sferă, cilindru, con);
- ☆ Conturarea formelor geometrice plane (pătrat, triunghi, dreptunghi, cerc), cu ajutorul instrumentelor de geometrie/șabloanelor ;
- ☆ Identificarea numărului de forme geometrice plane dintr-un desen dat/ dintr-o figură geometrică „fragmentată”;
- ☆ Gruparea unor forme/corpuri geometrice după criterii date;
- ☆ Decuparea pe contur a desfășurării unui corp geometric dat: cub, cuboid, cilindru, con;
- ☆ Identificarea axei/axelor de simetrie ale figurilor geometrice;
- ☆ Marcarea jumătății/ sfertului de suprafață a unei figuri geometrice cu fracția corespunzătoare: $\frac{1}{2}$, respectiv $\frac{1}{4}$;
- ☆ Identificarea fracțiilor echivalente: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$;
- ☆ Realizarea unor desene/ colaje cu ajutorul formelor geometrice învățate.

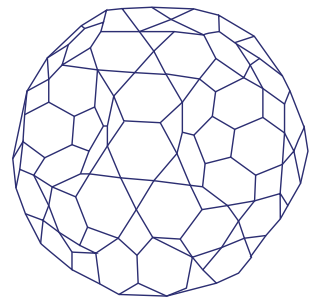
1. **Planșeta geometrică (geo-board):** constă dintr-un suport de plastic, ce are, pe una din fețe, „pini” așezați în nodurile unei rețele de pătrate. Planșeta poate fi construită și dintr-o placă de lemn, iar ”pinii” pot fi construiți cu ajutorul unor cuie sau pioaneze. Pe planșetă se pot crea forme geometrice foarte diverse, cu ajutorul unor elastice trecute peste ”pinii” planșetei.



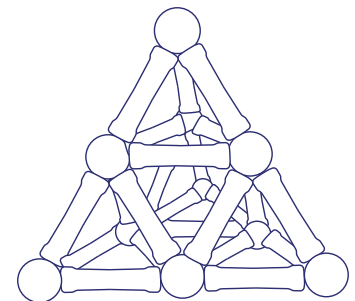
2. **Tangram:** constă din 7 piese (denumite și „tanuri”), ce pot fi obținute prin tăierea unui pătrat, ca în imaginea alăturată. Cu ajutorul tanurilor se pot verifica proprietăți de simetrie sau congruență, se pot determina relații între ariile suprafețelor, se pot compune și descompune diferite figuri din/ în părți componente. Tangramul este util în dezvoltarea intuiției unor forme geometrice.















3. **XColony:** este o resursă didactică ce permite dezvoltarea intuiției formelor geometrice spațiale. Folosind piese obținute prin alăturarea unor hexagoane regulate, se obțin, prin lipire, câteva tipuri de corpuri geometrice spațiale: acestea pot fi asamblate în module (cum este, de exemplu, cel din imagine). XColony permite dezvoltarea abilităților de anticipare și comunicare, putând fi folosit atât la matematică, cât și la abilități practice.



4. **Geomag:** constă din „bare” magnetice și bile de metal. Prin îmbinarea pieselor geomag, se obțin construcții geometrice spațiale. Geomag permite vizualizarea unui alt mod de prezentare a corpurilor geometrice, punând în evidență muchiile și vârfurile acestora (spre deosebire de construcțiile din hârtie, care evidențiază mai ales fețele). De asemenea, se pot obține forme geometrice plane (pătrat, dreptunghi, triunghi, paralelogram).



Bibliografie

-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
-  Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
-  MEN, CNC, Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
-  SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
-  Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>
-  athema.ro/thema.ro/

2.3. Poziționare și localizare

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE	7 - 8 ANI CLASA 1	8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Poziționare față de sine	Poziția față de alte obiecte	
<p>Folosește termeni de poziție cu referire la ei înșiși (de exemplu, stai lângă mine, ai stat în fața mea, aceasta este mâna mea stângă).</p> <p>Interpretează o diagramă sau o imagine simplă pentru a descrie poziția unui obiect în raport cu alte obiecte (de exemplu, casa se află între râu și școală).</p> <p>Oferă și urmează instrucțiuni simple pentru a se deplasa dintr-un loc în altul folosind puncte de referință familiare (de exemplu, treceți pe lângă secretariat și a doua clasă pe stânga e clasa a 4-a).</p>	<p>Desenează o hartă informală sau o schiță pentru a oferi indicații.</p> <p>Descrie și localizează poziții relative pe o hartă informală, folosind prepozițiile specifice (lângă, pe, deasupra, etc.).</p> <p>Se orientează o hartă informală folosind repere recunoscute și locația curentă.</p> <p>Se localizează pe o hartă informală pentru a selecta o cale adecvată către o anumită locație.</p>	

Sugestii metodice

La clasa pregătitoare și la clasele I și a II-a, accentul se pune pe orientare în spațiu, localizare în raport cu un reper dat și recunoașterea unor figuri și corpuri geometrice. Elevul *denumește*, *reprezintă grafic*, respectiv *verifică proprietăți de simetrie sau reconstituie din desfășurate* dreptunghiul, triunghiul, cercul, semicercul, cubul, cuboidul (paralelipipedul), cilindrul, sfera sau conul.

Ulterior, în clasele a III-a și a IV-a, se trece la conținuturi care necesită definiție, identificare și utilizare de proprietăți. Ca elemente noi, apar: elementele fundamentale în geometrie (punctul, dreapta, linia frântă/ linia curbă, semidreapta, segmentul, unghiul), drepte paralele și drepte perpendiculare, poligoane (romb, paralelogram), perimetru, arie, volum.

Procesul de formare a noțiunilor geometrice parcurge mai multe etape, prima fiind **descrierea obiectelor** din mediul înconjurător, cu accent pe: formă, relaționare, poziționare în raport cu un reper, modificare a poziționării prin transformare (aceleași obiecte văzute: din față sau din spate; de o altă persoană; în oglindă).

Spațiul înconjurător (sala de clasă/curtea școlii) oferă foarte multe oportunități și exemple pe care le poți folosi în activitățile de predare. Le poți solicita elevilor să observe și să găsească anumite obiecte pe care le pot percepe cu toate cele 5 simțuri.

Elevii trebuie să fie în situația de a descoperi obiecte din mediul înconjurător care dețin anumite caracteristici. După ce le-au localizat, le poți cere să formuleze enunțuri în care să precizeze unde se află obiectele găsite.

Valorifică poveștile citite la Comunicare și limba română ori de câte ori poți la Matematică și explorarea mediului. Personajele, spațiul și obiectele din povești îi vor ajuta pe copii să înțeleagă mult mai ușor noțiunile matematice.

La clasa pregătitoare și la clasa I, copiii au nevoie de multă mișcare. Exercițiile și jocurile de mișcare pot fi integrate în activități, astfel încât copiii nici nu își dau seama că, de fapt, ei învață. https://drive.google.com/file/d/1ghbeeUqA3DzQxjK4OamEbgc6aq_rggEl/view

Poți folosi această prezentare PowerPoint care le solicită elevilor diverse acțiuni prin care vor exersa pozițiile spațiale. De asemenea, aceste jocuri pot fi realizate și la încălzirea de dimineață sau în pauze.

Pentru că elevii mici au nevoie de suport vizual poți folosi prezentări PowerPoint interactive pentru a le cere să identifice poziția unui anumit obiect în raport cu mediul în care se află. Acest set de cartonașe cu imagini îl poți oferi elevilor pentru a selecta un anumit cartonaș pe baza indiciilor verbale oferite; de exemplu: „vulpea se află sub pom”.

Orientarea pe hartă

Propune copiilor jocuri de masă care implică deplasarea pe o hartă, cum ar fi acest joc de orientare care se poate realiza pe echipe. De asemenea, poți solicita copiilor să își creeze propriile hărți cu indicații și indicii pe care colegii de clasă/ prietenii să le parcurgă în scopul descoperirii unor obiecte. Acest joc de orientare spațială pe hartă reprezintă o modalitate excelentă pentru a exersa orientarea spațială. Încurajează copiii să descrie ce văd pe hartă și pe jetoane. Provoacă-i apoi, cu ajutorul cardurilor cu cerințe, să așeze jetoanele pe hartă, în locul indicat. Jocul poate fi jucat atât frontal, cât și în echipe.

Activități și materiale didactice

La clasa Pregătitoare

- ☆ Jocuri de poziționare a obiectelor în spațiu, în raport cu alte obiecte precizate;
- ☆ Identificarea poziției pe care o ocupă diverse obiecte în spațiu în raport cu alte obiecte precizate;

<https://www.twinkl.ie/resource/de-a-v-ai-ascunselea-prin-pdure-rol-mem-131>

- ☆ Jocuri de identificare a obiectelor din realitatea imediată sau din imagini, în funcție de poziția pe care o au față de un reper;

Folosește obiecte pe care copiii le au la îndemână pentru a executa mișcări simple după indicațiile tale.

Exemple:

- Așază creionul galben în penar.
- Pune penarul deasupra cărții.
- Așază radiera sub carte.
- Pune ghiozdanul sub scaun.

Jocuri de tipul: recunoaște obiectul: el se află pe catedră și este roșu.

Sau: mă gândesc la un obiect care se află sub raftul 2 al bibliotecii și este verde.

- ☆ Prezentarea propriei persoane în funcție de poziția din clasă și prin raportarea la ceilalți colegi;

Eu (Diana) mă aflu în banca lângă Marius, înaintea Simonei și după Cristian.

- ☆ Utilizarea unui program simplu de calculator pentru vizualizarea unor deplasări în plan;
- ☆ Scrierea de elemente grafice: liniuțe verticale, orizontale, oblice, separat și în combinații;
- ☆ Reprezentarea prin desene a unor modele decorative simple, folosind linii orizontale, verticale, oblice;
- ☆ Colorarea unor elemente în funcție de poziția pe care o ocupă față de un anumit reper într-un desen;
- ☆ Colorează cu roșu obiectele de pe masă sau scaune .

La clasa I

- ☆ Identificarea poziției pe care o ocupă diverse obiecte în desene/realitatea imediată, în raport cu alte obiecte precizate;
- ☆ Jocuri de poziționare a obiectelor în spațiu, în raport cu alte obiecte precizate (ex.: așază creionul galben în stânga creionului roșu);
- ☆ Identificarea unor obiecte/persoane în funcție de poziția lor spațială (Cine se află în fața ta?). *În curtea școlii le poți cere copiilor să execute tot felul de mișcări care presupun să se poziționeze într-un anumit fel față de un reper dat. Exemplu:*
 - ☾ Așază-te după un copac.
 - ☾ Așază-te în spatele unei bănci;
 - ☾ Așază-te sub acoperiș.
- ☆ Realizarea unor desene simple, pe baza unor condiții date (ex.: desenați un triunghi; la stânga acestuia desenați o steluță; sub el desenați o linie orizontală);
- ☆ Identificarea poziției verticală, orizontală sau oblică a unor obiecte din realitatea imediată sau în cadrul unor desene (ex.: încercuiește obiectele desenate în poziție orizontală; colorează obiectele desenate în poziție oblică;)
- ☆ Cântecelul este o modalitate excelentă de a exersa poziționarea și localizarea în spațiu cu elevii clasei. Descoperă cântecul pozițiilor spațiale pe care poți să îl desfășori la început într-un ritm mai lent, până ce elevii reușesc să memoreze versurile. Este cu atât mai distractiv cu cât ritmul se accentuează sau ordinea în care trebuie efectuate mișcărilor sugerate se modifică. Implică și un anumit obiect pe care elevii trebuie să-l poziționeze în spațiu.
- ☆ Scrierea pe rețeaua de pătrățele a caietului de matematică a liniuțelor orizontale, verticale, oblice;
- ☆ Compunerea/asocierea elementelor grafice pentru obținerea unor forme stilizate ale unor elemente din viața reală;

Desenați un urs folosind doar linii oblice.

- ☆ Observarea simetriei la figurile geometrice plane, la obiecte și ființe din mediul apropiat;
- ☆ Jocuri care necesită orientarea în tabele și folosirea cuvintelor „rând” și „coloană”;
- ☆ Identificarea interiorului și exteriorului unei figuri;
- ☆ Realizarea unor desene, respectând condiții date;

Aici eu le-am pregătit un desen cu instrucțiuni de genul acesta:

Poziționați foaia de hârtie orizontală. În stânga, jos, desenați un lac. Pe lac sunt 3 rățuște, una mare și două mici, iar lângă lac mai sunt două rățuște mici. În dreapta foii, sus, se află Soarele. În dreapta jos sunt 3 flori: una roșie, una galbenă și una portocalie, cea roșie se află în stânga



celelalte galbene. La mijlocul foii, sus, sunt 2 nori. Durata realizării desenului este de 15 minute, timp în care am repetat de 3 ori instrucțiunile.

- ☆ Construirea unor obiecte uzuale, folosind corpuri geometrice, fără utilizarea terminologiei;

Joc didactic tip colaj:

Orientare spațială pe hartă – Joc Instrucțiuni

Jocul se poate juca frontal, în perechi sau individual.
Printează, laminează și decupează jetoanele. Asamblează harta.

Frontal

Așezați harta astfel încât să fie vizibilă pentru toți copiii.

Se alege un cartonaș cu instrucțiuni și se citește cerința.

Pe rând, vine câte un copil la hartă și așază jetonul corespunzător, conform cerinței.

Se pot formula și alte cerințe.

După ce au înțeles jocul, copiii pot formula ei înșiși cerințe pe care le pot adresa colegilor.

În echipă

4 sau 5 copii împart aceeași tablă de joc și folosesc împreună jetoanele.

Fiecare copil, pe rând, va spune unde să fie așezat un anumit jeton. De exemplu:
„Așază barca lângă țârm”.

Următorul copil așază jetonul la locul indicat. Dacă l-a așezat corect, el va fi cel care va da următoarea indicație. Dacă l-a așezat greșit, al treilea copil va așeza jetonul în locul indicat, iar apoi va formula o cerință.

Jocul se încheie când toate jetoanele au fost folosite.

Așază avionul
deasupra pădurii.

Așază barca
pe râu,
lângă pădure.

Așază elefantul
lângă lac.

Așază orhideea
lângă dunele
de nisip.

Așază maimuța
în pădure.

Așază tufișul între
copaci și barcă.

Așază palmierul
peste dunele
de nisip.

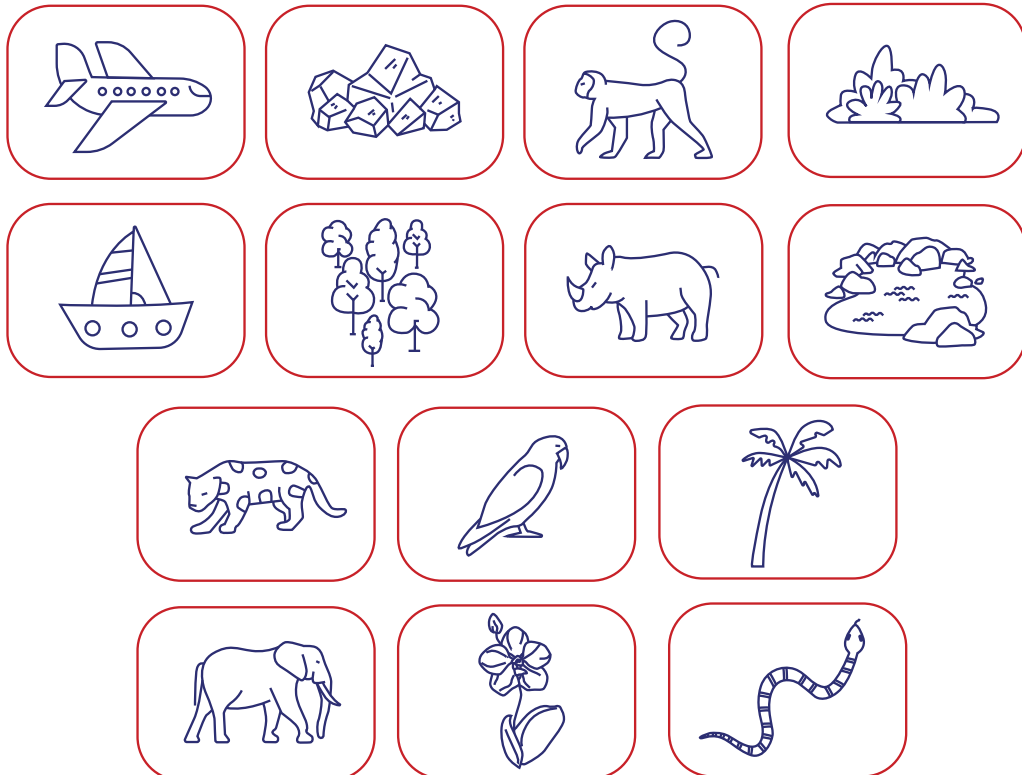
Așază stâncă
în spatele lacului.

Așază jaguarul
în fața munților.

Așază lacul
lângă munți.

Așază papagalul
în palmier.

Așază șarpele
sub stâncă.



La clasa a II-a

- ☆ Identificarea poziției pe care o ocupă diverse obiecte în desene/realitatea imediată, în raport cu alte obiecte precizate;
- ☆ Poziționarea obiectelor în spațiu, în raport cu alte obiecte precizate;
- ☆ Descrierea structurii unui ansamblu de obiecte/ persoane în raport cu poziția lor spațială;
- ☆ Jocuri de construcții cu obiecte cu formă geometrică, din diferite materiale;

Provoacă-i pe elevi să construiască un colaj, individual sau colectiv. Le poți pune la dispoziție un obiect central, de dimensiuni mai mari în jurul căruia elevii să plaseze alte obiecte în funcție de indicațiile pe care le primesc

Aici am realizat urmatorul joc, împărțiți în 3 echipe și cu tot felul de materiale la îndemână pentru construcție, pentru decor, pentru îmbinare:

Faceți o construcție cu următoarele materiale, după următoarele instrucțiuni:

- ☆ Folosiți minim 3 elemente din carton (am avut bucăți de carton de diverse grosimi și dimensiuni);
- ☆ Folosiți minim 10 elemente din lemn - am avut bețe de frigărui, chibrite și crenguțe;
- ☆ Folosiți iarbă artificială;
- ☆ Folosiți minim 3 triunghiuri - figurile erau decupate din hârtie colorată;
- ☆ Folosiți minim 4 pătrate ;
- ☆ Folosiți 2 cercuri mari și două cercuri mici ;
- ☆ Folosiți minim 5 elemente din metal - aveam agrafe de hârtie de diverse culori ;

Faceți următoarea construcție:

- ☆ Cladire cu 1 etaj, cu cel puțin 2 intrări și 3 ferestre, cu spațiu verde;
- ☆ Specificați funcționalitatea clădirii;
- ☆ Plantați cel puțin 3 copaci ;

Cum se relaxează oamenii când ajung la clădirea voastră?

Aveți timp de lucru 1 oră;










Dacă furați idei sau material de la celelalte echipe, toată echipa va fi pusă pe pauză 5 minute.

- ☆ Recunoașterea poziției verticală, orizontală sau oblică a unor obiecte din realitatea imediată sau în cadrul unor desene;
- ☆ Compararea poziției a două obiecte din mediul apropiat;

- ✧ sesizarea intuitivă a simetriei la figurile geometrice plane, la obiecte și ființe din mediul apropiat;
- ✧ Realizarea unor desene simple, respectând o axă de simetrie dată;
- ✧ Realizarea și completarea unor tabele respectând instrucțiuni în care se folosesc cuvintele „rând” și „coloană”;
- ✧ Stabilirea coordonatelor unui obiect într-un plan în raport cu un sistem de referință dat (ex.: este situat pe peretele cu ușa, în stânga dulapului).

Propune copiilor jocuri de masă care implică deplasarea pe o hartă, cum ar fi un joc de orientare care se poate realiza pe echipe. De asemenea, poți solicita copiilor să își creeze propriile hărți cu indicații și indicii pe care colegii de clasă/ prietenii să le parcurgă în scopul descoperirii unor obiecte.

Bibliografie

-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
-  Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
-  MEN, CNC, Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
-  SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
-  Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu

2.4. Măsurarea timpului

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE
Unități de măsură a timpului
<p>Folosește și justifică unitatea de timp adecvată pentru a descrie durata evenimentelor (de exemplu, folosește minute pentru a descrie timpul necesar curățării dinților; folosește ore pentru a descrie durata unei călătorii lungi cu mașina).</p> <p>Identifică cadranul ceasului ca un cerc subdivizat în 12 părți și le folosește pentru a alocă marcatoarele de oră.</p> <p>Înțelege că marcajele orelor de pe un ceas pot arăta, de asemenea, un sfert de oră și o jumătate de oră și identifică pe ceas orarul/minutarul/secundarul (și după viteza cu care se mișcă).</p> <p>Identifică direcția în sensul acelor de ceasornic și în sensul invers acelor de ceasornic.</p> <p>Citește ora pe ceasurile analogice la oră, jumătate de oră și un sfert de oră.</p> <p>Numerește și ordonează zilele săptămânii și lunile anului.</p> <p>Folosește un calendar pentru a identifica data și a determina numărul de zile din fiecare lună.</p>

7 - 8 ANI CLASA 1
Măsurarea timpului
<p>Folosește instrumente și unități standard pentru a descrie și măsura timpul în ore, minute și secunde (de ex. măsoară timpul utilizând un cronometru; setează un cronometru pe un aparat; estimează timpul necesar pentru a merge dintr-o parte a școlii în cealaltă și folosește minutul ca unitate de măsură).</p> <p>Citește și interpretează diferite reprezentări ale timpului (de exemplu, pe un ceas analogic sau un ceas digital).</p> <p>Identifică mișcarea minutelor pe un ceas analogic și marcajele de 60 de minute, interpretând numerele ca reprezentând seturi de cinci (de ex. interpretează ora pe un ceas analogic pentru a citi șapte și patruzeci, citind schimbarea orelor și a minutelor și explicând cum sunt legate).</p> <p>Folosește unități mai mici de timp, cum ar fi secunde, pentru a înregistra durata evenimentelor.</p> <p>Folosește un calendar pentru a calcula intervalele de timp în zile și săptămâni, făcând legătura cu lunile.</p>

8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Unități înrudite de măsurare a timpului
<p>Identifică relația dintre unitățile de timp (de exemplu, luni și ani; secunde, minute și ore).</p> <p>Folosește prescurtările am și pm pentru a distinge între dimineața și după-amiaza folosind timpul de 12 ore.</p> <p>Determină timpul scurs folosind diferite unități (de exemplu, ore și minute, zile și săptămâni).</p> <p>Interpretează și folosește un orar.</p> <p>Construiește linii temporale folosind o scară de timp (de exemplu, secvențiază cronologic istoria școlii).</p>

Sugestii metodice

Măsurarea timpului repere didactice

Măsurarea timpului apare în programele școlare încă din clasa pregătitoare. Cu toate acestea, predarea-învățarea modului de măsurare a timpului ridică probleme didactice deosebite, din mai multe motive. Pe de o parte, timpul este o mărime abstractă, deci mai puțin accesibilă copilului. Pe de altă parte, măsurarea timpului se poate face mai greu cu unități/ instrumente de măsură non-standard. Ca urmare, intuiția asupra acestei mărimi, ca și intuiția modului de măsurare a timpului sunt mai greu de dezvoltat.

Pentru dezvoltarea înțelegerii acestei mărimi, este utilă legătura cu acțiunile și evenimentele în care copilul este implicat. Astfel, în clasa pregătitoare, elevul este pus în situația de a denumi ziua, săptămâna, luna, anotimpul, de a cunoaște semnificația calendarului, de a încadra în timp și de a ordona activități diverse, de a se raporta la trecut, prezent sau viitor.

Unitățile de măsură pentru timp (ora, jumătatea de oră), precum și durata unei zile, săptămâni, luni, an (exprimate în ore/ zile/ săptămâni/ luni), sunt introduse în clasa a II-a. Este utilă identificarea intuitivă a acestor noțiuni (de exemplu, ora este durata unei lecții; ziua durează de la răsăritul soarelui, la următorul răsărit etc.). Pot fi folosite, pentru compararea duratei unor evenimente, instrumente de măsură neconvenționale (cum ar fi, de exemplu, clepsidra sau pendulul).

Ulterior, în clasele a III-a și a IV-a, sunt prezentate instrumente standard de măsură (ceasul, cronometrul) și alte unități de măsură (minutul, secunda). Chiar dacă pare că ține de o înțelegere culturală (copiii se întâlnesc cotidian cu perioade exprimate în ore, minute sau secunde), învățarea unităților de măsură pentru timp poate fi dificilă, deoarece între acestea nu există o relație de multiplicare cu 10 (ca la celelalte trei mărimi anterioare – pentru lungime, masă, capacitate), ci cu 60 (1 oră = 60 minute, 1 minut = 60 secunde) sau alți factori (1 zi = 24 de ore, 1 săptămână = 7 zile). Este utilă, de asemenea, consemnarea pe o axă a timpului, a evenimentelor. În acest fel, elevii pot folosi un suport grafic pentru a determina ordinea, durata, momentul începerii/ finalizării unor evenimente cotidiene. Un exemplu de situație-problemă, în care reprezentarea este utilă, este precizat în secțiunea următoare:

Astăzi am fost în parc cu bicicleta. La ora 11 a început să plouă și m-am adăpostit într-un chioșc. După 45 de minute, ploaia a încetat și am putut să plec spre casă. Pe drum, am făcut 30 de minute. La ce oră am ajuns acasă?

Învățarea timpului de la 5 la 6 ani: să fim atenți la natură

La această vârstă, copiii își măresc considerabil bagajul de cuvinte și e posibil să integreze în el câteva noțiuni legate de timp. Însă, să nu te mire dacă mai încurcă uneori

timpurile. Decât să râzi de el când o să spună că „Mâine am vizitat-o pe bunica”, mai bine corectează-l blând de câte ori este nevoie.

Se poate începe cu a învăța copilul ce înseamnă „dimineața”, „la prânz”, „după-amiaza”, „seara”, în funcție de activitățile pe care el le desfășoară. Astfel, va avea primele repere temporale și va învăța momentele zilei. De câte ori e posibil folosește cuvinte care definesc scurgerea timpului, în activitățile pe care le faceți împreună: curând, mai târziu, mai devreme, mâine, ieri, azi, poimâine, săptămâna viitoare, luna trecută, dimineața, seara, după-amiază, prânz, etc .

Când te întrebă: „În cât timp ajungem în parc?” îi poți răspunde dându-i un exemplu concret, pe care îl poate înțelege: „O să dureze cât jumătate din episodul de desene animate, adică un sfert de oră”.

Este bine să menționezi și durata în minute sau în ore alături de exemplul dat copilului, pentru ca, prin asociere, să înțeleagă mai bine ce înseamnă o oră, o jumătate de oră etc. De asemenea, relaționează fiecare zi a săptămânii cu un eveniment pe care copilul îl cunoaște: de exemplu, „Sâmbătă, adică mâine, este ziua în care mergem de obicei în parc”, „Duminică este ziua în care îi vizităm pe bunici” etc. Astfel, cel mic va avea repere clare în timp și va exista o predictibilitate în viața sa, ceea ce îl organizează mai bine.

„Trecutul”, „viitorul”, „prezentul” sunt noțiuni abstracte pe care copilul le înțelege mai greu decât pe cele de „azi, ieri, mâine”. Cel mai bine ar fi să-i ilustrezi trecutul, prezentul și viitorul referindu-te la persoana lui: îi poți arăta fotografii de când era mic, pentru a ilustra trecutul, îi poți vorbi despre el în prezent și despre el când va fi mare, ca mama sau tata, pentru a-l proiecta în viitor. Astfel, îl vei ajuta să se și situeze ca persoană în timp, în devenirea sa ca ființă umană, în dezvoltare. Îi poți explica ce înseamnă trecutul prin referire la aspecte concrete: povestește-i despre cum se realizau diverse lucruri în trecut față de cum se realizează acum, cum era pe vremea când erai tu copil, arată-i imagini care să ilustreze trecutul etc. Vorbește cu el și despre ce a făcut săptămâna trecută la gradiniță, cu cine s-a plimbat prin parc acum două zile și ce a mâncat la micul dejun ieri. În acest mod îi vei face referire și la trecutul lui apropiat.

Există două condiții de bază pe care copilul trebuie să le îndeplinească pentru a reuși să învețe să spună ora: (I) trebuie să știe să numere până la 60 și să înțeleagă ce înseamnă a număra și (II) să înțeleagă noțiunile de un sfert și o jumătate.

Dacă ai decis că a venit momentul să îl înveți pe copil să spună cât e ceasul, poți transforma această „lecție” într-un eveniment. Fiecare copil își dorește un ceas adevărat. I-l poți oferi cadou, pentru a-l motiva să învețe. Îți prezentăm două metode prin care poți să îl înveți pe copil să „citească” ceasul:

I. Explică-i faptul ca acul scurt al ceasului indică ora, iar cel mai lung indică minutele. Fiecare oră cuprinde 60 minute. Arată-i indicatorul pentru minute. Spune-i că de fiecare dată când indicatorul pentru minute a ocolit întreg ceasul, a trecut o oră. De fiecare dată când acul pentru minute a ocolit ceasul în întregime, cel care indică ora se mișcă la numărul următor, însemnând că a trecut o oră. Arată-i ce înseamnă aceste lucruri mai exact: așează indicatorul orei și al minutelor la 12. Mișcă acul pentru minute până când ocolește ceasul. Spune-i că acest lucru înseamnă că a trecut o oră, deci acum este ora 1. Lasă-l și pe copil să miște indicatorul minutelor până ajunge la ora 12 și arată-i acul orei care indică acum ora 14. Continuă să exersezi cu el astfel. După acești pași, arată-i ce înseamnă o jumătate de oră și un sfert de oră. Mută indicatorul minutelor până la 6 și explică-i faptul ca acum este 2 și jumătate. Când a înțeles acest lucru, poți trece la următoarea etapă: învață-l să numere minutele din cinci în cinci. Numără cu voce tare minutele din cinci în cinci. Când ajungi la 15, spune-i că este ora 2 și un sfert. Procesul de învățare va dura cel mai probabil mai multe zile, așadar ai răbdare și încearcă să exersezi în fiecare zi.

II. la un ceas mare cu indicatoare pentru minute, oră și secunde. Arată-i indicatorul pentru secunde. Explică-i faptul că pentru a ocoli ceasul în întregime, acul pentru secunde se va mișca de 60 ori. Nu te grăbi să treci mai departe. Este recomandabil să petreci o perioadă de câteva zile învățându-l această idee. Deși pare simplă, este bine să te asiguri că cel mic a înțeles-o înainte de a merge mai departe. Spune-i că atunci când acul pentru secunde a ocolit ceasul, a trecut un minut. Exersează zilnic pentru a te asigura că a înțeles. După ce te asiguri că a înțeles, poți trece la acul care indică minutele. Explică-i faptul că indicatorul pentru minute se mișcă o dată după ce indicatorul pentru secunde s-a mișcat de 60 ori sau a ocolit întregul ceas. De fiecare dată când acul pentru minute a ocolit întregul ceas (adică după ce s-a mișcat de 60 ori), acul pentru oră se mișcă o singură dată. Treci apoi la acul care indică ora. Arată-i cum de fiecare dată când se mișcă indicatorul pentru oră, cel pentru minute este în dreptul orei 12. Atunci este ora fixă. Dă-i mai multe exemple pentru a fi sigur că a înțeles. Apoi poți să începi să îi explici ce înseamnă o jumătate de oră, un sfert de oră etc.

Cercetările arată că la vârsta de 7-8 ani, copiii sunt încă pe cale de a învăța să spună corect ora, majoritatea întâmpinând încă dificultăți în această privință. La această vârstă, copiii își dau seama că percepția timpului este relativă: timpul poate părea că se scurge mai ușor atunci când realizează o activitate plăcută decât atunci când trebuie să aștepte ceva sau să realizeze o activitate neplăcută.

La școală, duratele sunt precise – ora de curs durează în general 50 de minute, în timp ce pauza durează 10 minute. Astfel, copiii vor reuși să își concentreze atenția un timp mai îndelungat, să își antreneze capacitatea de a fi atenți și să își organizeze timpul. Vor începe lucrările de control sau participările la concursuri, unde vor fi supuși presiunii timpului.

După ce copilul a învățat să citească ceasul, îi poți explica noțiunile de AM și PM: AM înseamnă antemeridian- adică „înainte de prânz” (meridies în limba latină înseamnă prânz, mijlocul zilei- adică ora 12); PM- postmeridian- după ora 12 sau după prânz. Aceste prescurtări sunt folosite doar pentru a clarifica dacă ne referim la ora 1 dimineața sau la ora 1 după-amiaza, de exemplu. Așadar, dacă scrii ora 13, nu mai este necesar să menționezi „PM”.

Exersați numărul până la 60

Când îl învățăm ceasul pe copil, este esențial să ne asigurăm că va ști să numere corect până la 60. Notați numerele de la 1 la 60 pe o hârtie, roștiți-le cu voce tare pe toate, după care copilul va fi rugat să le spună în succesiune. Repetați de mai multe ori și profitați de orice ocazie pentru a le exersa (spre exemplu, când mergeți la cumpărături). Binevenit în acest scop va fi ca în camera copilului/sala de clasă să existe o planșă cu numerele până la 60 pentru a putea să le poată vedea cât mai mult și să le memoreze.

Învățați numărul din 5 în 5

Odată ce un copil va înțelege cum se numără din 5 în 5, vei vedea că învățatul ceasului se va realiza mai rapid. În afară de notatul numerelor din 5 în 5 până la 60 și de repetarea lor de mai multe ori, ca să fie stimulat să învețe ați putea număra astfel pe muzică, găsind un cântec în care să fie marcate cumva pragurile aflate din 5 în 5 (eventual să se realizeze un dans când se ajunge la ele).

„Descompuneți” minutele

În acest scop, copilului i se va explica următorul lucru: numărul 1 de pe un ceas înseamnă 5 minute, în timp ce numărul 2 înseamnă 10 minute. Pentru a-l determina să înțeleagă, s-ar putea recurge și la acest truc: să-i spui că „identitatea secretă” a numărului 1 este 5. Repetați și pentru restul numerelor.

După ce îl învățăm pe copil ceasul, va fi binevenit să exersăm cât mai mult cu el pentru a reuși, în timp, să se descurce singur să-l descifreze. Cea mai la îndemână modalitate de a ne atinge acest obiectiv, fără a neglija nevoia de joacă, de destindere a copilului, va fi să-i dăruim [jocul „Învățăm ceasul”](#) de la Learning Resources. Acesta îi va oferi posibilitatea să învețe numeroase lucruri despre timp, având la îndemână o „recuzită” specială, alcătuită din: un puzzle cu model față-verso pentru a învăța să facă distincția dintre un ceas analogic și unul digital, flash-card-uri ce ilustrează relația dintre activități zilnice și ora la care se desfășoară acestea, un ceas din plastic, un șablon cu model față-verso cu un ceas pe care se poate nota cu marker-ul, 3 zaruri (cu ore și cu minute, ce vor ilustra un ceas digital).

Activități și materiale didactice

Meșteriți un calendar pe zile și pe ore, iar în dreptul fiecărei zi, pune-l să deseneze fenomenele meteorologice pe care le-a observat: nori și ploaie, soare, zăpadă, stele sau lună, copaci înfrunziți, în funcție de anotimp și momentul din zi în care le-a observat. După ce observă vremea din ziua prezentă, pune-l să facă predicții pentru ziua de mâine: cum va fi – înnorat sau însorit, uscat sau ploios? O modalitate atât de simplă de-a învăța despre ieri, azi și mâine!

Învăță-l pe cel mic cum să deseneze un ceas. Pentru ca distracția să fie la înălțime, ajută-l să decupeze o hârtie în formă circulară, apoi împăturiți-o în patru secțiuni. În centru, marcați acele ceasului și apoi desenați în fiecare sfert cifrele principale (12, 3, 6 și 9). Apoi trasați linii care să marcheze restul cifrelor și minutele. Pune-l pe cel mic să deseneze fiecare secțiune cu o altă culoare, până formează un curcubeu. Folosește un creion pentru a indica fiecare oră, colorată cu altă culoare – celui mic îi va fi foarte ușor să urmărească explicația ta. Apoi lasă-l pe el să indice orele și minutele cu ajutorul creionului. Și nu vă grăbiți! Aveți tot timpul din lume să învățați... timpul!

Realizează un lanț „Câte zile au mai ramas?”. Dacă cel mic așteaptă cu nerabdare un anumit eveniment, îl poți ajuta să înțeleagă cât timp a rămas până la momentul cel mare printr-o modalitate simplă: realizează un lanț din hârtie care să conțină atâtea bucăți de hârtie câte zile mai sunt până la evenimentul important (până la ziua lui de naștere, până la vacanță, etc). În fiecare zi, cere-i copilului să rupă câte o bucată de hârtie. Astfel, va putea vizualiza mai ușor trecerea timpului.

Orarul fiecărei zile - De ce ai nevoie:

- ✿ Creioane colorate, 7 coli de hârtie;

Ajută-l pe copil să își dea seama cum arată de obicei fiecare zi a săptămânii. Pentru a-i forma ideea că nu doar timpul petrecut la școală este planificat prin orar, propune-i să desenați împreună imaginea fiecărei zile.

Cum se procedează:

- ✿ Pe fiecare coală de hârtie, scrie numele zilei corespunzătoare.
- ✿ Cere-i copilului să se gândească la activitățile pe care le are de făcut în fiecare luni: școală, prânz, teme, joacă etc., eventual activitate extrașcolară.
- ✿ Împarte foaia în mai multe secțiuni - fiecare corespunzând unei activități (școală, teme, joacă etc).
- ✿ Cere-i copilului să deseneze în fiecare secțiune o imagine pe care o consideră reprezentativă pentru activitatea respectivă.

Testați o nouă variantă a jocului „Cât e ora, Lupule?”

În cadrul acestui joc, veți avea nevoie și de un ceas cu cadran mare, fără baterie, care să poată fi manipulat cu ușurință de către copil.

Lasă-l pe el să fie „lupul”, așezându-se într-un capăt al camerei, iar tu așează-te în celălalt capăt. „Lupul” va lua ceasul și va indica ora pe care o dorește, în timp ce tu îl vei întreba „Cât e ora, Lupule?” și vei face atâția pași cât îți indică ora. Copilul va trebui să îți spună orele astfel încât să ajungi cât mai aproape de el, întrucât la un moment dat îți va spune ora și va alerga spre tine să te prindă. Lăsându-te prinsă, îi vei da satisfacție, vă veți binedispune, iar el a exersat, prin intermediul jocului, cum să citească un ceas.

Indiferent de metoda aleasă, încearcă să-l încurajezi permanent, laudându-l pentru progresele făcute. Îi poți oferi chiar și un premiu. Acesta poate consta, de exemplu, într-un ceas deșteptător cât mai colorat, care să-i înveselească diminețile sau într-un ceas de mână cu unul dintre eroii favoriți.

Alte idei de activități:

- ✿ Marcarea unei săptămâni pe calendar;
- ✿ Ordonarea cronologică a anotimpurilor/zilelor săptămânii;
- ✿ Realizarea unui orar săptămânal, cu ajutorul desenelor și simbolurilor;
- ✿ Așezarea unor imagini în ordinea derulării evenimentelor dintr-o zi;
- ✿ Plasarea unui eveniment în timp, utilizând repere cronologice (ieri, azi, mâine);
- ✿ Jocuri de evidențiere a duratelor, de tipul „Cine ajunge mai repede la...?” „A cui activitate a durat mai mult?”;
- ✿ Așezarea unor cartonașe reprezentând zilele săptămânii, în ordinea succesiunii lor în săptămână;
- ✿ Precizarea lunilor specifice unui anotimp;
- ✿ Identificarea datei unor evenimente din viața personală a copilului (ziua de naștere, prima zi de școală, prima zi a vacanței de vară, Ziua Internațională a copilului, Mărțișorul etc);
- ✿ Găsirea corespondenței dintre un eveniment și anotimpul în care acesta are loc (01.03.- Mărțișorul-primăvara; 25.12-Crăciunul-iarna etc.);
- ✿ Completarea calendarului personal/ al clasei cu evenimente care au importanță pentru copii;
- ✿ Prezentarea unor evenimente/întâmplări personale, utilizând denumirile zilelor săptămânii;
- ✿ Găsirea corespondenței dintre un eveniment și anotimpul în care acesta are loc;

- ❁ Completarea calendarului personal/ calendarului clasei cu evenimente care au importanță pentru copii/ activități extrașcolare;
- ❁ Prezentarea unor evenimente/întâmplări personale și ordonarea acestora;
- ❁ Planificarea /repartizarea unor responsabilități personale/de grup pe o perioadă determinată de timp;
- ❁ Identificarea unor instrumente de măsurare a timpului: ceas de perete, ceasul electronic;
- ❁ Realizarea unui calendar personal, privind activitățile extrașcolare (luni-tenis, marți-vizitarea unui muzeu, miercuri-efectuarea unui experiment: plantarea unei flori într-un ghiveci);
- ❁ Planificarea unei activități în cadrul unui orar;
- ❁ Planificarea /repartizarea unor responsabilități personale/de grup pe o perioadă determinată de timp;
- ❁ Identificarea mai multor tipuri de ceas (de perete, ceasul electronic, ceasul de mână);
- ❁ Evidențierea asemănărilor și deosebirilor dintre diferitele tipuri de ceasuri (ex.: ceasul electronic nu are ace indicatoare);
- ❁ Poziționarea acelor ceasului pe baza unei cerințe date: „Ceasul arată ora 9 fix/ 9 și jumătate”;
- ❁ Realizarea unei corespondențe între ora indicată de ceasul cu ace indicatoare și cel electronic;
- ❁ Identificarea unor instrumente de măsurare a timpului: ceas de perete, ceasul electronic, ceasul de mână, clepsidră, nisiparniță, cadran solar;
- ❁ Poziționarea acelor ceasului pe baza unei cerințe date și citirea orei indicate, folosind pasul de 5 minute (ora 8 fix, ora 9 și un sfert/15 minute, ora 10 și jumătate/30 de minute, ora 7 și 20 de minute etc.);
- ❁ Marcarea pe cadrane de ceas desenate a jumătății și sfertului de oră;
- ❁ Realizarea unei corespondențe între ora indicată de ceasul cu ace indicatoare și cel electronic;
- ❁ Înregistrarea duratei unor activități și ordonarea lor după criterii variate (durată, momentul începerii etc.);
- ❁ Calcularea numărului de ore/ zile / săptămâni dintr-un interval dat.

Bibliografie

-  Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
-  Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
-  Manuale de matematică pentru ciclul primar. Disponibile la adresa <https://www.manuale.edu.ro/>
-  Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988; 2) Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004; 3)
-  <http://www.busythings.co.uk>
-  <http://www.calendar.com>
-  ceasuricopii.ro
-  mathgenie.com
-  scarymommy.com
-  scholastic.com
-  youclevermonkey.com
-  wikihow.com
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu
-  www.wordwall.net
-  <https://es.liveworksheets.com>
-  <https://www.mathema.ro/>

3. Statistică și probabilități

3.1. Înțelegerea probabilității

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE	7 - 8 ANI CLASA 1	8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Descrierea probabilității	Compararea probabilității	
<p>Describe întâmplări cotidiene care implică acțiuni.</p> <p>Face previziuni cu privire la probabilitatea unor acțiuni simple, de zi cu zi, cu privire la faptul că se va întâmpla sau nu, s-ar putea sau nu (de exemplu, aș putea să vin să mă joc la tine acasă astăzi; anul viitor voi avea ... ani; turnul ar putea să nu cadă).</p>	<p>Describe și ordonează probabilitatea unor evenimente în termeni non-cantitativi, cum ar fi sigur, probabil, foarte probabil, improbabil, imposibil (de exemplu, dacă există mai multe bile albastre decât roșii într-o pungă, albastrul este mai probabil să fie selectat; sunt sigur că nu voi câștiga competiția pentru că nu m-am înscris).</p> <p>Înregistrează rezultatele unor experimente/ acțiuni în tabele și diagrame.</p> <p>Demonstrează că rezultatele unor experimente/ acțiuni pot să difere de rezultatele așteptate (de exemplu, nu vom obține aceleași rezultate de fiecare dată când aruncăm un zar).</p> <p>Trage concluzii care recunosc variația rezultatelor unor experimente/ acțiuni (de exemplu, ați aruncat o mulțime de șase în acest joc, sper să obțin mai mulți șase data viitoare).</p>	

Sugestii metodice

DESPRE FORMAREA GÂNDIRII LOGICE

În viziunea lui J. Piaget, gândirea logică începe să capete contur atunci când copilul se află în jurul vârstei de 6 ani. Între 7 și 12 ani, copilul se află în perioada operațiilor concrete: el poate realiza acum operații mentale mai complexe, precum clasificările și poate să înțeleagă efectele acțiunilor sale asupra celorlalți sau unele corelații între acțiuni.

Copilul de vârstă preșcolară manifestă o logică de natură intuitivă, bazată mai ales pe convenții de natură culturală. Începând cu vârsta școlară (la 6-7 ani), logica copilului devine una concretă și noțională – bazată pe reguli și noțiuni învățate. Acesta este și momentul în care copilul va putea să înțeleagă posibilele consecințe ale faptelor sale, deoarece poate, acum, să facă relaționări între evenimente.

Până în jurul vârstei de 12 ani, copilul dovedește o logică de tip inductiv, ce se construiește dinspre fapte particulare spre reguli generale. El poate înțelege acum noțiuni abstracte (precum viața sau moartea), dar și noțiuni concrete (precum lungimea). Acest lucru se întâmplă datorită unei caracteristici a logicii, achiziționată de curând, și denumită conservarea invarianțelor.

Ulterior, logica copilului evoluează spre deductiv, copilul ajungând, în jurul vârstei de 12 ani, în stadiul operațiilor formale. În acest context, termenul „operație” nu semnifică doar operații aritmetice, ci, mai ales, deducții logice legate de lumea înconjurătoare. Copilul poate înțelege și dezvolta raționamente de tip universal sau existențial, poate folosi în mod coerent negația sau implicația logică, sau chiar poate formula judecăți logice complexe (de tipul: „dacăatunci ...”). Copilul aflat în acest stadiu de dezvoltare poate alcătui planuri de viitor, dezvolta capacitatea de a formula mai multe ipoteze posibile și de a le analiza pe fiecare în parte.

LOGICA: ELEMENTE ALE PROGRAMELOR ȘCOLARE

În ciclul curricular al achizițiilor fundamentale (clasa pregătitoare, clasele I și a II-a), apare formulată explicit competența generală: „Generarea unor explicații simple prin folosirea unor elemente de logică”. Această competență este una *transversală*, ea neregăsindu-se ca fiind asociată unui anumit conținut. Totuși, ciclul achizițiilor fundamentale corespunde momentului în care copilul își dezvoltă gândirea logică și, de aceea, este necesară o preocupare specială în acest sens; ca urmare, formarea și dezvoltarea competențelor specifice ce se referă la elemente de logică sunt esențiale în dezvoltarea copilului.

ÎNȚELEGEREA TERMENILOR SAU, ȘI, NU

La nivelul învățământului primar, elementele de logică pot fi introduse în mod firesc, fără a formaliza, în cadrul a variate jocuri și discuții cu elevii. Câteva exemple de acest tip sunt redate în continuare.

Astfel de exerciții, care se pot derula frecvent, în forme variate, au menirea de a construi fundamente pentru coerența logică a gândirii copilului. Pe baza lor, se poate dezvolta o gamă de activități deosebit de utile stimulării gândirii logice a elevului de vârstă mică.

Exemplul 1

Elevilor li se pot propune următoarele activități (sau altele similare), care pun în evidență operațiile logice: „și”, „sau”, „nu”. Elevilor li se cere să ridice mâna/ să se ridice în picioare, după cum sunt sau nu menționați în următoarele caracterizări:

- Copiii care au pantofi maro și ciorapi albi;
- Copiii care au ciorapi negri sau cămașă albastră ;
- Copiii care nu au cămașă albastră ;

Corectarea răspunsurilor se face de către organizatorul activității: elevilor li se explică semnificația operatorilor și faptul că, în cazul disjuncției („sau”), există 3 variante posibile (sau ciorapii sunt negri, sau cămașa este albastră, sau ambele).

Exemplul 2

Următoarea activitate permite trecerea către reprezentările iconice.

Elevii, care au pe bancă plicuri cu figuri geometrice, vor scoate din plicuri, pe rând, figurile solicitate, punându-le înapoi în plic doar în momentul terminării activității.

- Ridicați un dreptunghi/ pătrat/ triunghi/ cerc
- Ridicați un dreptunghi și un triunghi (Se insistă asupra faptului că, cine nu a ridicat ambele figuri, a greșit.)
- Ridicați un triunghi sau un cerc (Se discută variantele de răspuns și se corectează greșelile insistând asupra faptului că există trei posibilități de răspuns corect: sau o figură, sau cealaltă, sau ambele.)

De preferat, corectarea răspunsurilor se face de către elevi : de fiecare dată, copiii privesc la colegii lor, semnaleză eventualele greșeli și argumentează de ce cred că a fost făcută o greșeală.

ÎNȚELEGEREA TERMENILOR TOȚI, CÂȚIVA, NICIUNUL

Cuantificatorii universal („oricare”) și existențial („există”) reprezintă, pentru înțelegerea relațiilor ce țin de logică, o adevărată barieră cognitivă. Copilul de vârstă școlară mică va avea dificultăți în înțelegerea sensului acestor cuantificatori, ajungând să formuleze propoziții de genul: „Am văzut o pisică albă, deci toate pisicile sunt albe”. Construcția înțelegerii, de către elevi, a sensului pe care îl capătă propozițiile de acest tip este un proces de durată.

Formulăm în continuare câteva sugestii de activități de învățare.

Exemplul 1

Elevilor le sunt adresate întrebări în care apar termenii *toți*, *câțiva*, *unii*, *niciunul*, de tipul:

- *Toți elevii și-au făcut tema la matematică?*
- *Sunt câțiva elevi în clasă care nu au citit povestea despre Harap Alb?*
- *Sunt unii elevi în clasă care au văzut filmul „Galacticii”?*
- *Niciun elev nu a mers la meci?*

Exemplul 2

Se desenează pe tablă două-trei pătrate și triunghiuri și li se cere copiilor să construiască pe baza acestor desene propoziții în care să utilizeze termenii menționați. De exemplu:

- *Niciuna dintre figuri nu este cerc.*
- *Toate figurile desenate sunt pătrate sau triunghiuri.*
- *Unele dintre figurile desenate sunt triunghiuri.*
- *Câteva dintre figurile desenate sunt pătrate.*

DEZVOLTAREA RAȚIONAMENTELOR DE TIPUL DACĂ ... ATUNCI ...

După vârsta de 7 ani, copilul începe să facă relaționări între evenimente. De aceea, începând cu această vârstă, se poate forma și dezvolta abilitatea copilului de a face judecăți logice de tipul *dacă ... atunci...* Raționamentele de acest tip sunt esențiale pentru formarea competenței de rezolvare de probleme: ca urmare, este necesară identificarea unor relaționări de tipul *dacă ... atunci...* încă din clasa pregătitoare.

Formulăm în continuare câteva sugestii de activități de învățare pentru dezvoltarea acestei abilități.

Exemplu:

Elevilor li se pot propune situații-problemă în care este utilă metoda excluderii.

- *Pot avea în buzunar o monedă de 1 leu sau o bancnotă de 5 lei, sau una de 10 lei, sau una de 50 lei. Dacă nu am nici o bancnotă, atunci câți lei am în buzunar?*
- *Am scris pe tablă numerele: 12; 5; 228; 36. Mă gândesc la unul din numerele scrise. Dacă el nu are nici două, nici trei cifre, atunci la ce număr mă gândesc?*
- *Mă gândesc la o zi a săptămânii. Dacă nu este nici prima, nici a doua zi din săptămână și începe cu M, atunci la ce zi mă gândesc?*
- *Dacă produsul a două numere este egal cu 10, dar niciunul dintre factori nu este 5, atunci ce numere am înmulțit?*

DEZVOLTAREA GÂNDIRII LOGICE LA COPII: CÂTEVA RECOMANDĂRI

Nu există reguli generale privind dezvoltarea abilităților de gândire logică la copii. Putem formula doar unele recomandări, ce țin mai ales de dezvoltarea gândirii critice.

· **Nu acceptați „de facto” observațiile elevilor:** formulați întrebări și solicitați explicații. De exemplu, dacă un elev observă că frunzele copacilor au căzut, inițiați un dialog de tipul următor (răspunsurile copilului sunt ipotetice):

- *De ce crezi că se întâmplă asta?*
- *Nu știu! Poate din cauza vântului.*
- *Crezi că din cauza vântului?*
- *Da.*
- *Dar de ce crezi că doar unele cad? De ce nu cad toate?*

(Dialogul se continuă cât mai mult.)

· **Evitați impunerea unor reguli.** Când le spunem elevilor să facă lucrurile într-un anumit fel, sau să respecte o regulă, este necesar să le explicăm motivele pentru care acea regulă este necesară.

- **Încurajați copiii să întrebe sau să caute explicații și exemple atunci când nu înțeleg ceva.** Ei trebuie să ajungă la concluzia că nu este nicio problemă dacă nu știu să răspundă la o întrebare, dar că este necesar ca, în acest caz, să ceară lămuriri și ajutor în rezolvare. Dacă un motiv nu are sens pentru un copil, ar trebui să fie încurajat să formuleze obiecțiile sale.
- **Solicitați copiilor să ia în considerare explicații și soluții alternative.** Este bine atunci când primiți răspunsul corect, dar multe probleme pot fi rezolvate în mai multe feluri, sau chiar au mai multe posibile soluții. Atunci când copiii analizează mai multe soluții, ei devin mai flexibili în gândire.
- **Puneți elevii să explice faptele folosind propriile cuvinte, dar menținând sensul inițial.** Copiii ar trebui încurajați să facă distincții semnificative, exprimând aceste distincții în mod personal.

Activități și materiale didactice

Copilul se poate confrunta chiar și la grădiniță sau în primii ani de școală cu teoria probabilităților. Chiar dacă nu va ști ce înseamnă fracție, numitor sau numărător, îl poți ajuta să înțeleagă acest domeniu, utilizând experimentul de mai jos. Ți trebuie:

- O monedă;
- Hârtie ;
- Ceva de scris.

1. Începe experimentul prin a-i arăta copilului că o monedă are două fețe: cea cu persoană se numește cap, în timp ce cealaltă se numește „pajură”.
2. Spune-i copilului că în continuare vei arunca moneda în sus și el trebuie să noteze de câte ori moneda va cădea cu fața cu persoana în sus (adică va fi „cap”) și de câte ori va cădea cu cealaltă față în sus (adică va fi „pajură”).
3. Împarte foaia de hârtie în două. Într-o parte, copilul va nota de câte ori va fi cap și de câte ori va fi pajură.
4. După câteva încercări pe care le-ai realizat tu, lasă-l pe copil să arunce moneda, iar apoi să noteze pe hârtie rezultatele.
5. Lasă-l pe copil să arunce moneda și să noteze rezultatele până când se plictisește, după care discută cu el. Întreabă-l dacă sunt șanse egale ca la o aruncare în sus a monedei, rezultatul să fie cap sau pajură?

Experimentele genetice de la științe

<https://www.matific.com/ro/ro/home/maths/grade-2/topics/data-statistics-and-probability/>

Bibliografie

- 1) Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
- 2) Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
- 3) Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
- 4) Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
- 5) Voica, C. (coord.), Noveanu, G. N. (2013). Greșeli tipice în învățarea matematicii. București: EDP. Disponibilă la adresa:
<https://www.ise.ro/wp-content/uploads/2014/02/greseli-mate.pdf>
- 6) Voica, C. (coord.), Noveanu, G. N. (2013). Învățarea matematicii: ghid metodologic pentru un demers didactic eficient. București: EDP. Disponibilă la adresa:
https://www.ise.ro/wp-content/uploads/2020/08/Invatarea-matematicii-ghid_metodologic.pdf

3.2. Interpretarea și reprezentarea datelor

6 - 7 ANI CLASA PREGĂTITOARE	7 - 8 ANI CLASA 1	8 - 9 ANI CLASA A 2-A
Reprezentări de bază, unu la unu ale datelor		
<p>Pune și răspunde la întrebări simple și colectează răspunsuri (de exemplu, colectează date dintr-o întrebare simplă da/nu, determinând respondenții să se grupeze în funcție de răspunsurile lor).</p> <p>Afișează informații folosind obiecte reale, desene sau fotografii (de exemplu, colectează frunze din afara sălii de clasă și le afișează în ordinea mărimii sau după culoare).</p> <p>Sortează și clasifică formele și obiectele în grupuri în funcție de trăsăturile sau caracteristicile lor și descrie modul în care au fost sortate (de exemplu, sortează obiectele după culoare).</p> <p>Identifică lucrurile care variază sau rămân la fel în viața de zi cu zi (de exemplu, noaptea este întotdeauna întuneric; deși jeleurile au aceeași dimensiune, pot avea culori diferite).</p>	<p>Pune întrebări pe baza unui set simplu de date numerice sau categorice (de exemplu, numărul de membri ai familiei, tipurile de animale de companie, locul în care locuiesc oamenii).</p> <p>Afișează și descrie o dată variabilă în liste sau tabele.</p> <p>Comunică informații prin text, imagini-grafice și tabele folosind numere și simboluri (de exemplu, creează grafice cu imagini pentru a afișa date cu o singură variabilă).</p> <p>Răspunde la întrebări și interpretează observațiile generale făcute despre datele reprezentate în afișări simple de date unu-la-unu (de exemplu, răspunde la întrebări despre informațiile reprezentate într-un grafic simplu ilustrat care utilizează o reprezentare unu-la-unu).</p>	

Sugestii metodice

ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

Elementele de organizare a datelor sunt menționate în programele școlare de matematică la competențe generale și specifice (Rezolvarea de probleme pornind de la sortarea și reprezentarea unor date), sau la conținuturi (Organizarea și reprezentarea datelor).

Deși prezente explicit în programele școlare, aceste elemente sunt mai degrabă neglijate, așa cum evidențiază toate testările internaționale la care a participat România în ultimii ani.

Dincolo însă de aceste rezultate comparative, rămâne faptul că o parte semnificativă dintre elevii din România (peste 70%) nu poate extrage și interpreta date conținute în tabele sau în alte tipuri de prezentare a acestora (de exemplu, diagrame sau grafice).

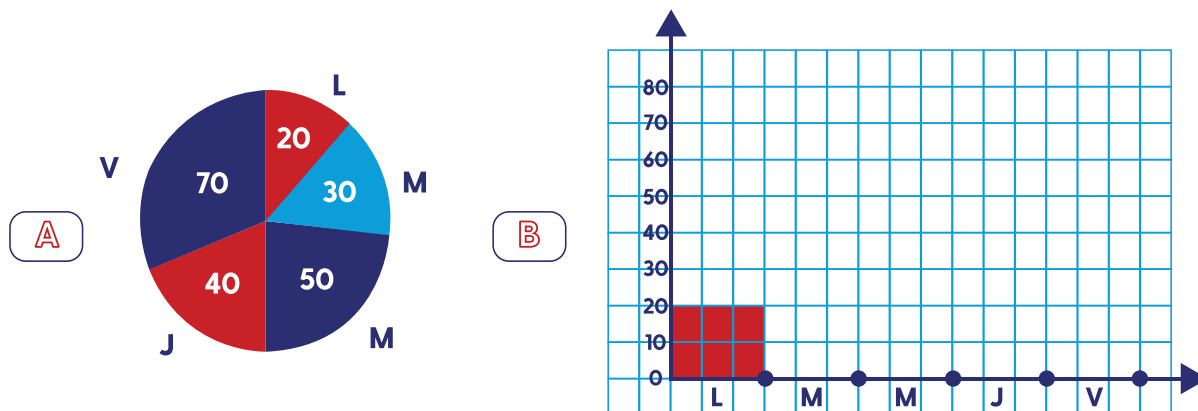
Programa de matematică pentru clasele a III-a – a IV-a prezintă explicit, în secțiunea *Sugestii metodologice*, exemple de posibile probleme ce se pot propune pentru organizarea și reprezentarea datelor. În fapt, această tematică are tot o natură transversală (precum elementele de logică), formarea competențelor corespunzătoare fiind mai degrabă distribuită pe diverse categorii de conținuturi. Ca urmare, nu putem vorbi despre o „lecție” de organizare și reprezentare de date: aceste elemente ar trebui să apară periodic în lecțiile de matematică.

Un grafic este o reprezentare vizuală a unui subiect în care **numerele sunt prezentate prin linii sau bare**. De cele mai multe ori, graficele prezintă **ceva numărabil**. Putem, de exemplu, număra mașinile roșii și albastre care trec pe drum și putem prezenta rezultatele într-un grafic.

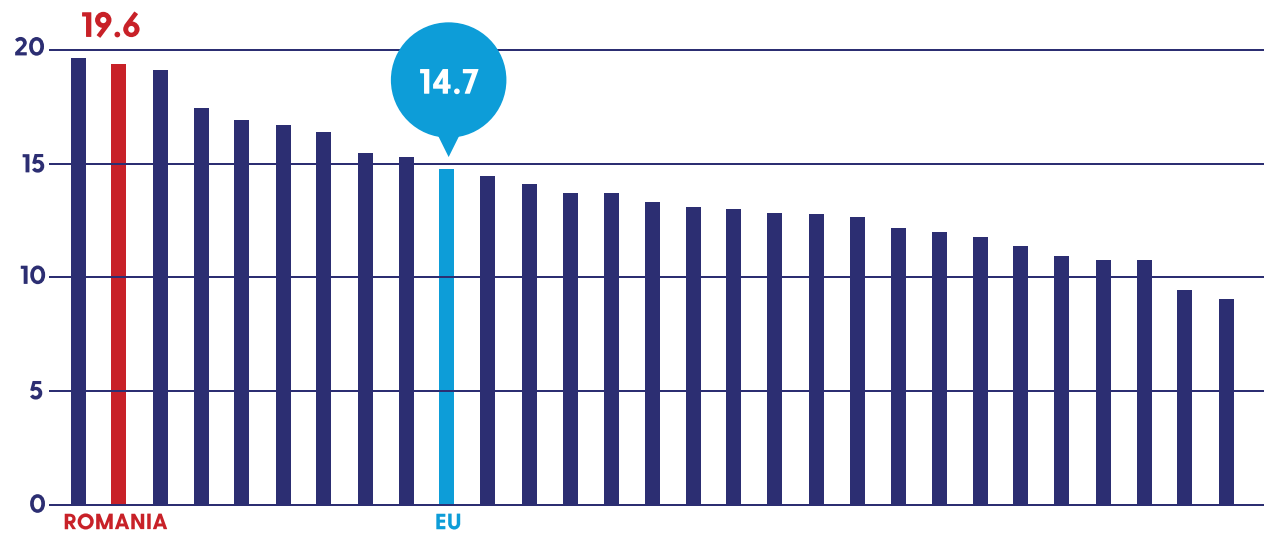
Există multe feluri de grafice.

Graficele pot fi folosite în diverse moduri.

Tipul de grafic se alege în funcție de ce anume aveți de prezentat.



Numărul de elevi per profesor în școala primară



Activități și materiale didactice

Tabla de șah are 64 de pătrățele. Pentru ca jucătorii să poată comunica repede poziția unei piese sau mutarea pe care o fac, pătrățelele tablei sunt identificate prin *litere* (A, B, ..., H) și *cifre* (1, 2, ..., 8).

Mai precis, fiecare pătrățel de pe tablă stă într-o anumită „coloană” (care are asociată o literă) și într-o anumită „linie” (descrișă de o cifră).

Astfel, pătrățelul marcat cu roșu pe tabla alăturată stă în „coloana” F și în linia 3: de aceea, acest pătrățel „se numește” F3.

- ☆ Colorează pe tabla de șah pătrățelele notate: C5; D2; E8; G1.
- ☆ Scrie denumirile tuturor pătrățelelor vecine celui roșu.

8								
7								
6								
5								
4								
3								
2								
1								
	A	B	C	D	E	F	G	H

Un tabel are rânduri și coloane.

Liniile **orizontale** se numesc rânduri, iar cele **verticale** se numesc coloane. Intersecția dintre coloană și rând se numește celulă a tabelului. Tot ceea ce notăm într-un tabel reprezintă **date ale tabelului**.

Intersecția dintre coloană și rând se numește celulă a tabelului. În fiecare celulă a tabelului noi găsim date, pe care le putem sorta, ordona și chiar extrage în probleme simple.

Să privim tabelul alăturat:

Puteți să numărați în câte zile copiii de la clasa pregătitoare au matematică?

ORAR

Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri
	123			ABC
123	ABC	123	123	hello
ABC		ABC	ABC	



Sigur, se observă în tabel, că luni, miercuri și joi, ora a doua, iar marți prima oră apare simbolul pentru matematică, cu trei cifre. Deci, putem răspunde la întrebare:

Copiii de la clasa pregătitoare au matematică de patru ori pe săptămână!

Scrie coordonatele pentru fiecare ilustrație care apare în rețeaua de mai jos.

A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Stea

Balon

Carte

Coif

Luna

Floare

Clopot

lepure

Umbrela

Ghindă

Pește

Măr

Organizezi o mică petrecere. Vrei să inviți cinci colegi de clasă. Întocmește o listă de cumpărături care să conțină gustări sănătoase pentru invitați. Bugetul pe care îl ai este de 30 de lei.

Întocmește o listă cu produsele achiziționate și prețul corespunzător. Cât timp ți-a luat ca să faci cumpărăturile?

Plantează într-un ghiveci câteva boabe de fasole. Urmărește în fiecare zi ce se întâmplă. Notează într-un tabel:

- ☆ După câte zile încolțește planta?
- ☆ După câte zile apare prima frunzuliță?
- ☆ După câte zile apare a doua frunzuliță?

După ce apare a doua frunzuliță, fotografiază planta în fiecare zi timp de o lună. Ce transformări observi?

Scrive pe o foaie de hârtie data ta de naștere (ziua și luna). Află zilele de naștere ale celorlalți colegi. Înregistrează datele obținute într-un tabel. În ce lună sunt cei mai mulți sărbătoriti?

Tema noastră: Care e cea mai importantă parte a corpului?

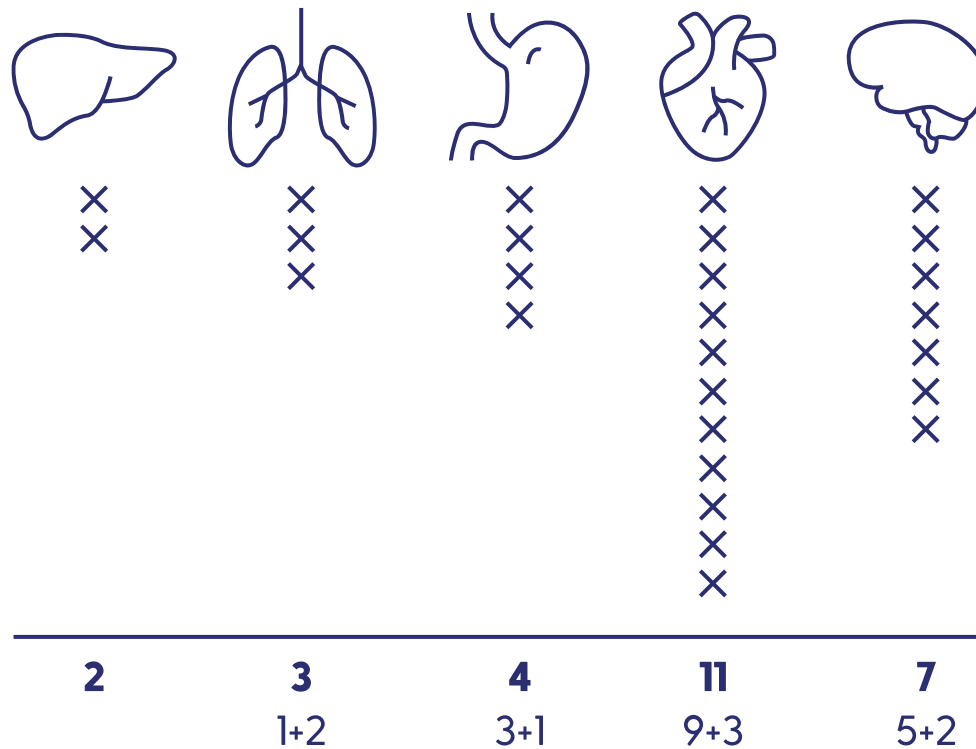
Copiii au emis păreri. Unii au zis din prima că inima e. Câțiva și-au dat cu părerea. Unii i-au contrazis și au susținut că în opinia lor creierul e cel mai important. Am convenit că acum doar înregistrăm ce spune fiecare și apoi vedem. Am lipit pe tablă niște imagini ale părților corpului menționate de copii. După 5 imagini le-am propus să ne oprim aici ca să îngustăm cercetarea.

Apoi i-am invitat, pe grupe, așa cum stau în bănci (nu îi lăsați să vină toți odată deoarece se creează puțină aglomerație și votul nu mai e clar, unii desenează și pe lângă și de două ori), să pună un semn sub imaginea pe care o votează. Fetele au primit creta roz, băieții creta galbenă.

Am tras linie la final și am numărat ce a ieșit. Am exersat în acest fel numărarea și descompunerea. Câți copii cred că inima e cea mai importantă? 11 în cazul nostru. Câte sunt fete și câți sunt băieți? 3 fete și 9 băieți. Și tot așa.

Am analizat situația: Care e cel mai mic număr? 2 pentru ficat. Dar cel mai mare? 11 pentru inima. Care e concluzia? Inima a primit multe voturi, copiii cred că e cea mai importantă parte a corpului.

Concluziile mele: A fost o activitate intensă în care copiii s-au prins imediat. Desi uneori sunt galagiosi și impulsivi, acum au fost prinși în comparații și analize. A fost mult, mult mai bine decât mă așteptam, din prima.



La clasa pregătitoare:

- ☆ Gruparea obiectelor/corpurilor după un anumit criteriu (formă, culoare, mărime, grosime, gust, utilitate, naturale/prelucrate etc.);
- ☆ Gruparea materialelor după caracteristici observate: transparență, duritate, flexibilitate, utilizare etc.;
- ☆ Sortarea pe diverse categorii: legume/fructe; cu gust dulce/acru etc.;
- ☆ Identificarea unor elemente/prototipuri din diverse categorii (plante, animale, figuri geometrice, mulțimi etc.);
- ☆ Identificarea categoriei căreia îi aparține un anumit element;
- ☆ Clasificarea animalelor în funcție de numărul de picioare, de mediul de viață, de modul de hrănire

La clasa I

- ☆ Identificarea dintr-un șir de imagini a celor care întrunesc simultan două condiții (ex.: animale cu schelet intern și cu două picioare; cu patru picioare și se hrănesc doar cu iarbă etc.);
- ☆ Gruparea fotografiilor elevilor clasei după luna în care s-au născut și zodie, gen etc. și realizarea unui grafic cu bare pe baza datelor colectate;
- ☆ Înregistrarea observațiilor realizate în timpul experimentelor prin desen/ prin marcarea cu diverse simboluri a momentului în care a avut loc o anumită modificare;
- ☆ Înregistrarea schimbărilor meteorologice în calendarul naturii utilizând simboluri-desene – soare, nori, precipitații, vânt;
- ☆ Înregistrarea vremii și a temperaturii (la prânz) timp de o săptămână;
- ☆ Înregistrarea într-o diagramă T a resurselor convenționale și neconvenționale de energie dintr-un set de resurse;
- ☆ Înregistrarea „calificativelor” personale, pentru o activitate specifică desfășurată într-o zi;
- ☆ Ordonarea anotimpurilor pe o scală a preferințelor (îmi place cel mai mult, îmi place mult, îmi place, îmi place puțin).

La clasa a II-a

- ☆ Selectarea/gruparea unor figuri geometrice după mai multe criterii date;
- ☆ Selectarea materialelor de lucru după mai multe criterii date (ex.: Alegem materiale tari, aspre și colorate);
- ☆ Realizarea unor colecții de materiale/ obiecte după criteriul conductivității electrice și utilizarea lor în activitățile curente (pietricele, dopuri de sticlă, nasturi etc.);
- ☆ Clasificarea corpurilor dintr-un mediu, în vii și nevii și înregistrarea concluziilor într-o diagramă Venn;
- ☆ Gruparea unei varietăți de plante și animale pe criteriul apartenenței la un mediu de viață și înregistrarea rezultatelor într-un organizator grafic;
- ☆ Gruparea unor animale după mediul de viață (terestru/acvatic) și adaptările la mediu etc;
- ☆ Selectarea unor imagini care reprezintă anumite forme de relief (munți, dealuri, câmpii) dintr-o serie de imagini date;
- ☆ Sortarea unui set de fotografii cu oameni de pe diferitele continente și de rase diferite pentru evidențierea varietății speciei umane;
- ☆ Realizarea unui album cu fotografii personale și ale membrilor familiei, grupate pe mai multe criterii (vârstă - până la 1 an, până la 5 ani, până în clasa a II-a, la liceu, în prezent; gen; grade de rudenie – bunici, frați și părinți, mătuși, unchi și verișori) pentru a evidenția asemănările dintre aceștia;
- ☆ Alcătuirea unor postere care cuprind planul individual de menținere a stării de sănătate;

- ☆ Înregistrarea observațiilor din investigații în tabele;
- ☆ construirea unor grafice simple (cu bare) pe baza unor informații date/culese;
- ☆ Clasificarea materialelor investigate în conductori, izolatori, cu proprietăți magnetice;
 - Marcarea prin simboluri, în tabele, a observațiilor realizate pe parcursul urmării unui fenomen (ex.: ziua când a nins, când s-a topit zăpada, când a înghețat apa etc.);
 - Înregistrarea vremii și a temperaturii (la prânz) timp de o săptămână;
 - Înregistrarea într-o diagramă T a resurselor convenționale și neconvenționale de energie;
 - Înregistrarea observațiilor realizate în timpul experimentelor prin desen/marcarea în tabele cu diverse simboluri;
 - Înregistrarea schimbărilor meteorologice utilizând simboluri-desene, într-un calendar special;
 - Selectarea, decuparea și aplicarea în casete date a câtorva imagini specifice unui anotimp;
 - Clasificarea corpurilor, dintr-un mediu de viață, în vii și nevii și înregistrarea concluziilor într-o diagramă Venn;
 - Gruparea unei varietăți de plante și animale pe criteriul apartenenței la un mediu de viață și înregistrarea rezultatelor într-un organizator grafic.

Bibliografie

-  Curriculum pentru învățământul preșcolar. Disponibil la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/Progr_Pre/TT/Curriculum%20pentru%20invatamantul%20prescolar%203%20%E2%80%93%206-7%20ani.pdf
-  Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului, clasa pregătitoare, clasa I și clasa a II-a. Disponibilă la adresa:
http://programe.ise.ro/Portals/1/2013_CP_I_II/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  Programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a III-a – a IV-a. Disponibilă la adresa: http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2014-12/21-Matematica_clasele%20a%20III-a%20-%20a%20IV-a.pdf
-  Voica, C. (coord.), Gavrilă, R. M., Voica, C. L. (2009). Recuperarea rămânerii în urmă la matematică. București: Educația 2000+. Disponibilă la adresa:
http://proiecte.pmu.ro/c/document_library/get_file?p_l_id=14661&folderId=18026&name=DLFE-1801.pdf
-  Voica, C. (coord.), Noveanu, G. N. (2013). Greșeli tipice în învățarea matematicii. București: EDP. Disponibilă la adresa:
<https://www.ise.ro/wp-content/uploads/2014/02/greseli-mate.pdf>
-  Voica, C. (coord.), Noveanu, G. N. (2013). Învățarea matematicii: ghid metodologic pentru un demers didactic eficient. București: EDP. Disponibilă la adresa:
https://www.ise.ro/wp-content/uploads/2020/08/Invatarea-matematicii-ghid_metodologic.pdf
-  Programa școlară
https://www.edums.ro/invprimar/25_Matematica_explorarea_mediului_CP_II_OMEN.pdf
-  www.twinkl.com
-  www.emalascoala.ro
-  www.clasamea.eu